

# الديناميكا

## الوحدة الأولى - الحركة في خط مستقيم

مخطط تنظيمي للوحدة

دروس الوحدة

(١-١): تفاضل الدوال المتجهة.

(١-٢): تكامل الدوال المتجهة.

الحركة في خط مستقيم

باستخدام التكامل

باستخدام التفاضل



منتري توجيه الرياضيات

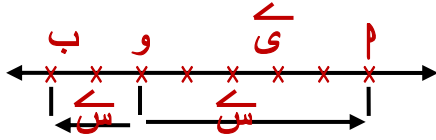
د. عادل أبو دة

# الصف الثالث الثانوي

## (أولا) تفاضل الدوال المتجهة

### (١) موضع جسم:

عندما يتحرك جسم حركة خطية فإنه عند أى لحظة  $t$  سيشتغل موضع معين على الخط المستقيم ولتعيين الموضع  $s$  لجسم متحرك عند لحظة زمنية  $t$  نختار نقطة ثابتة (و) على الخط المستقيم كنقطة أصل ونحدد اتجاه موجب على طول الخط

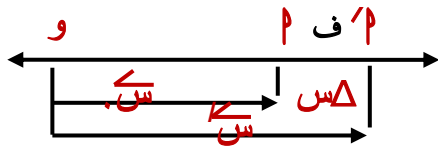


فمثلاً عندما يكون الجسم عند الموضع (م) فإن  $s = s = s$  و  $s = s$

بينما يكون الجسم (ب) على الخط المستقيم فإن  $s = s = s$  و  $s = s$

لاحظ أن: موضع الجسم كمية متجهة ويمكن التعبير عنها كدالة في الزمن  $t$  أى أن  $s = s(t)$

### (٢) الإزاحة (ف)



تعرف إزاحة الجسم  $\Delta s$  بأنها التغير في موضعه من  $s$  إلى  $s'$

$$\Delta s = s' - s$$

❖ إذا كان  $s'$  يمين  $s$  فإن إزاحة الجسم  $\Delta s$  موجبة والعكس  $s'$  يسار  $s$  فإن  $\Delta s$  سالبة

❖ إذا كان موضع الجسم الابتدائي عند نقطة الأصل أي إذا كان  $s = 0$  فإن  $\Delta s = s'$

### (٣) متجه السرعة (ع)

إذا كانت  $\Delta s$  هي إزاحة الجسم خلال فترة زمنية  $\Delta t = t_2 - t_1$  فإن

$$\text{متجه السرعة المتوسطة} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

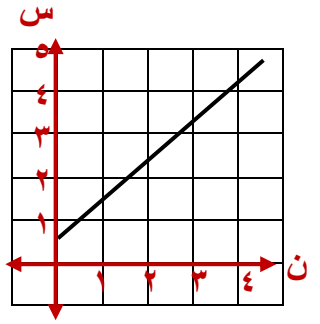
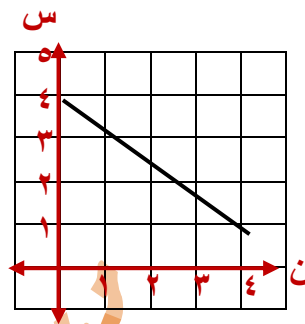
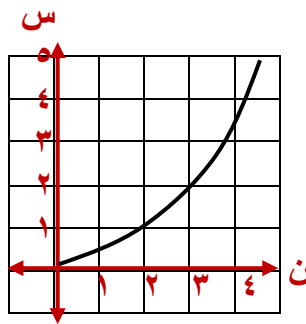
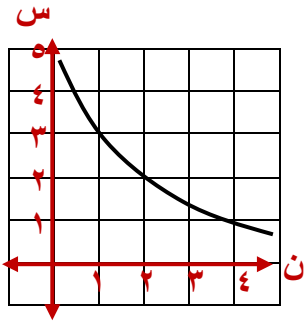
$$\text{متجه السرعة اللحظية} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

∴  $\frac{ds}{dt} = \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{dt}$  أى أن متجه السرعة يساوى ميل المماس لمنحنى الإزاحة - الزمن

### (٤) السرعة (ع)

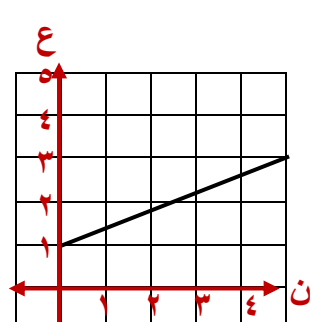
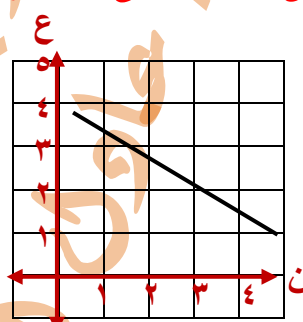
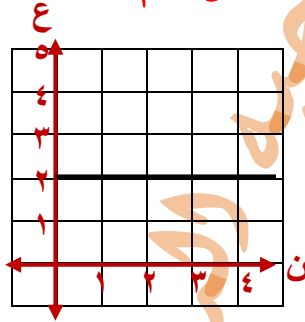
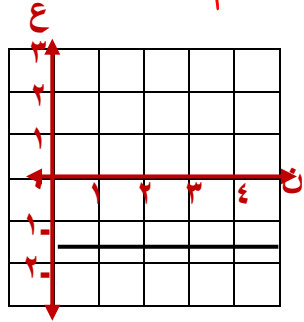
$$\text{السرعة هي الكمية القياسية} \quad \left\| \frac{ds}{dt} \right\| = \left\| \frac{ds}{dt} \right\| = \left\| \frac{ds}{dt} \right\|$$

مآ ١ سالى فى الشكىل المآبال من آلال منآى الإزاحة - الزمن قم بآآلىل حركة الجسم ،



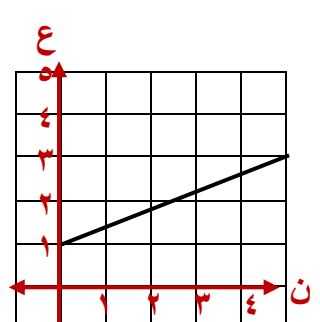
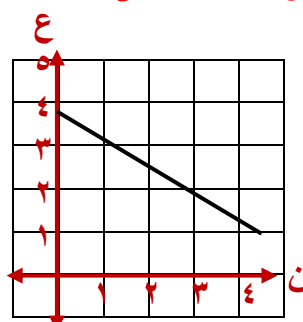
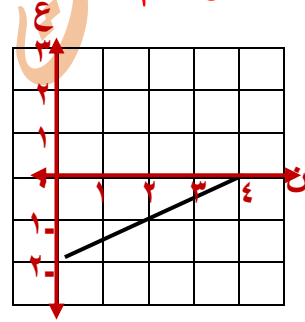
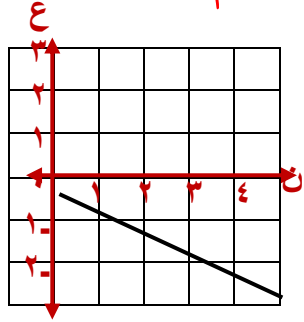
|                                                                          |                                                                          |                                                                    |                                                                    |
|--------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| السرعة سالبة<br>السرعة مآآيرة<br>الجسم يآآرك بعآلة<br>الجسم يآآرك يساراً | السرعة موجبة<br>السرعة مآآيرة<br>الجسم يآآرك بعآلة<br>الجسم يآآرك يميناً | السرعة سالبة<br>السرعة آابآة<br>لا آوءد عآلة<br>الجسم يآآرك يساراً | السرعة موجبة<br>السرعة آابآة<br>لا آوءد عآلة<br>الجسم يآآرك يميناً |
|--------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|

مآ ٢ سالى فى الشكىل المآبال من آلال منآى السرعة - الزمن قم بآآلىل حركة الجسم ،



|                                  |                                  |                                     |                                     |
|----------------------------------|----------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| السرعة موجبة<br>مآآار العآلة صفر | السرعة موجبة<br>مآآار العآلة صفر | السرعة موجبة<br>العآلة آابآة وسالبة | السرعة موجبة<br>العآلة آابآة وموجبة |
|----------------------------------|----------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

مآ ٣ سالى فى الشكىل المآبال من آلال منآى السرعة - الزمن قم بآآلىل حركة الجسم ،



|                                     |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| السرعة سالبة<br>العآلة آابآة وسالبة | السرعة سالبة<br>العآلة آابآة وموجبة | السرعة موجبة<br>العآلة آابآة وسالبة | السرعة موجبة<br>العآلة آابآة وموجبة |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

**مثال ٤ -** مال جسم يتحرك في خط مستقيم بحيث كان موضعه  $s$  عند أى لحظة زمنية  $n$  يعطى بالعلاقة  
 $s(n) = (n^2 - 4n + 3)$  حيث  $s$  مقاسة بالمتر،  $n$  بالثانية،  $\vec{v}$  متجه الوحدة في اتجاه حركة الجسم

أوجد ① إزاحة الجسم خلال الثواني الثلاثة الأولى ② متجه السرعة المتوسطة للجسم عندما  $n \in [2, 0]$

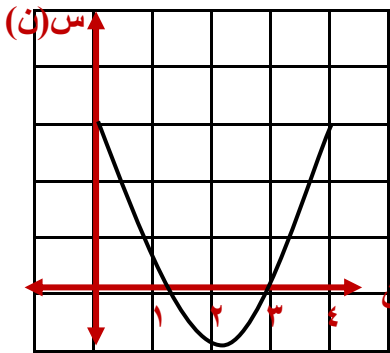
③ متجه سرعة الجسم عندما  $n = 4$  ④ من خلال منحنى السرعة - الزمن ، منحنى الموضع - الزمن . قم بتحليل حركة الجسم ، وبين متى يغير الجسم اتجاه حركته

①  $s(n) = (n^2 - 4n + 3)$   $\vec{v} = s'(n) = (2n - 4)$   $\vec{v}(3) = (2 \times 3 - 4) = 2$   $\vec{v}(0) = (2 \times 0 - 4) = -4$  عاد الموضع الابتدائي

$$\textcircled{2} \vec{v}_m = \frac{s(n_2) - s(n_1)}{n_2 - n_1} = \frac{s(0) - s(2)}{0 - 2} = \frac{(-4) - (3)}{-2} = \frac{-7}{-2} = 3.5$$

$$\vec{v}_m = \frac{s(0) - s(2)}{0 - 2} = \frac{(-4) - (3)}{-2} = \frac{-7}{-2} = 3.5$$

$$\textcircled{3} \vec{v} = \frac{ds}{dn} = (2n - 4) \quad \text{عند } n = 4 \quad \vec{v} = (2 \times 4 - 4) = 4$$



④ أولاً: موضع - زمن  $s(n) = (n^2 - 4n + 3)$

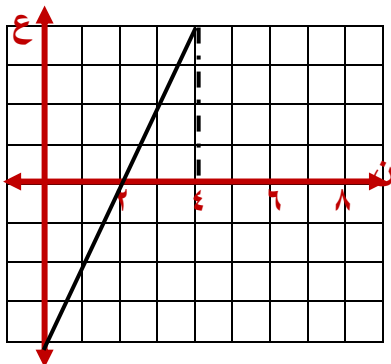
دالة تربيعية فيها رأس المنحنى  $(2, -1)$

يسكن لحظياً عند  $n = 2$  ،

يعود الجسم إلى نقطة إلى موضعه بعد مرور ٤ ثواني ( بداية الحركة )

ثانياً: سرعة - زمن  $\vec{v} = (2n - 4)$  درجة أولى

من الرسم ع. = -٤ متر/ث



عندما  $n = 0$   $v = -4$  ثانية عندها الجسم يسكن لحظياً

بدأ الجسم الحركة بتباطؤ إلى الخلف إلى أن يسكن لحظياً

خلال الفترة  $[0, 2]$  وبعدها الجسم تسارع حتى ٤ ثوان

$$\textcircled{*} \text{ الإزاحة الكلية } = \left( -\frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2 \right) = 0$$

$$\textcircled{*} \text{ المسافة الكلية } = \left( \frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2 \right) = 8 \text{ متر}$$

## (٥) العجلة (ح<sub>م</sub>)

إذا كان  $\Delta$  ع تعبر عن التغير في متجه السرعة خلال فترة زمنية  $\Delta$   $v$  فإن العجلة  $\vec{a}$  تعطى

$$\text{بالعلاقة} \quad \vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - (\vec{v} + \Delta \vec{v})}{\Delta t} \quad (\text{تعرف بالعجلة المتوسطة})$$

$$\text{متجه العجلة اللحظية} \quad \vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{v} - (\vec{v} + \Delta \vec{v})}{\Delta t}$$

$$\therefore \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{أى أن متجه العجلة يساوى ميل المماس لمنحنى السرعة - الزمن}$$

## القياس الجبرى لمتجه السرعة والعجلة

(١) إذا كانت  $a < 0$  فإن  $v$  تزايد يعنى الجسم يتحرك بتسارع

في الاتجاه الموجب أو أن الجسم يتحرك ببطء أكثر في الاتجاه السالب  
الجسم يتحرك بتقصير في هذه الحالة

(٢) إذا كانت  $a > 0$  فإن  $v$  تتناقص وهذا يعنى

الجسم يتحرك ببطء أكثر في الاتجاه الموجب (الجسم يتحرك بتقصير)  
أو أن الجسم يتحرك بشكل أسرع في الاتجاه السالب (تسارع)

## ملاحظات هامة

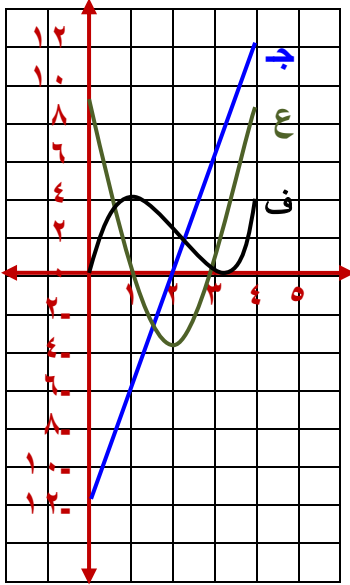
(١) تكون الحركة متسارعة إذا كان  $a < 0$  أى  $a$ ،  $v$  لهما نفس الإشارة

إذا تحرك الجسم بسرعة تناقصية إلى الخلف أ، تحرك الجسم بسرعة تزايدية إلى الأمام

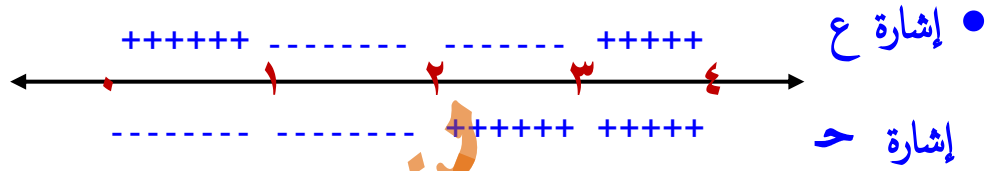
(٢) تكون الحركة تقصيرية إذا كان  $a > 0$  أى  $a$ ،  $v$  لهما إشارتين مختلفتين

إذا تحرك الجسم بسرعة تناقصية إلى الأمام أ، تحرك الجسم بسرعة تزايدية إلى الخلف

### مثال ٥ - في الشكل المقابل بين فترات التسارع وفترات التقصير لحركة الجسم



الرسم يمثل ف - ع ، ع - ع ، ح - ع



- الحركة متسارعة في الفترتين [ ١ ، ٢ ] ، [ ٣ ، ٤ ] إشارتي ع ، ح متشابهتين
- الحركة تقصيرية في الفترتين [ ٠ ، ١ ] ، [ ٢ ، ٣ ] إشارتي ع ، ح مختلفتين

### مثال ٦ - اختيار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه

- عندما يتحرك جسم في خط مستقيم بسرعة ثابتة فإن معيار عجلته .....  
 أ) يزداد ب) يتناقص ج) ثابت لا يساوى الصفر د) صفر
  - التغير في متجه موضع جسم يتحرك في خط مستقيم يعرف بأنه .....  
 أ) الإزاحة ب) المسافة ج) متجه السرعة د) متجه العجلة
  - جسم يتحرك في خط مستقيم بحيث كانت  $x = 3t^2 - 2t$  فإن سرعته الابتدائية تساوى .....  
 أ) ٣ ب) ٢ هـ ج) ٣ هـ ٢ د) ٢ هـ ٣
- السرعة الابتدائية عندما  $t = ٠$  فإن  $x = ٣$  هـ ٢

- جسم يتحرك في خط مستقيم، ومعادلة حركته  $s = ٢t^2 + ٣t$  فإن عجلة الحركة ح تساوى .....  
 أ)  $٢\text{ قان}$  ب)  $٢\text{ قان}$  ج)  $٢\text{ ع س}$  د)  $٢\text{ ع س}$

$$ع = \text{قان} = \frac{ds}{dt} = ٢\text{ قان} \times \text{قان} = ٢\text{ قان} = ٢\text{ قان} = ٢\text{ ع س}$$

- جسم يتحرك في خط مستقيم وكانت معادلة حركته  $s = ٢ + ٣t + ٤t^2$  فإن .....  
 أ) سرعته وعجلة الحركة تتناقصان دائماً. ب) سرعته وعجلة الحركة تتزايدان دائماً.  
 ج) السرعة تتناقص وعجلة الحركة تزداد. د) السرعة تتزايد وعجلة الحركة تتناقص.

$$ع = \frac{ds}{dt} = ٣ + ٨t \quad \therefore \text{ع} < ٠ \quad \therefore \text{ع} < ٠ \quad \therefore \text{ع} < ٠ \quad \therefore \text{ع} < ٠ \quad \therefore \text{ع} < ٠$$

مثال ٧ إذا كان متجه سرعة الجسم  $\vec{v}$  يعطى كدالة في الزمن  $t$  بالعلاقة  $\vec{v} = (n^2 - 6n + 5)\vec{i}$  كى

حيث  $\vec{u}$  متجه الوحدة في اتجاه حركة الجسم . ① متى يغير الجسم اتجاه حركته

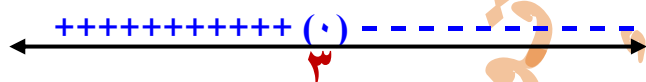
ⓑ متى تزداد سرعة الجسيم ومتى تتناقص ⓐ أوجد عجلة حرجة الجسيم عندما تنعدم سرعته

① یغیر الجسیم اتجاه حرکتہ عندما یسکن لحظیاً عندما  $e(n) = (n^2 - n + 5) \times$

←  $(n-1)(n-35) = 0$  ، يغير الجسم اتجاه حركته عند  $n = 1$  ثانية ،  $n = 35$  ثانية

⊙ السرعة تزداد عندما  $\cdot <$  ، السرعة تتناقص عندما  $\cdot >$

نوجد  $ح = \frac{ع}{س} = -2 + 6 = 4$  دالة من الدرجة الأولى



عند ن [ ٣ ، ٠ ] ∴ ح < ٠ ∴ ع تزداد في الفترة [ ٠ ، ٣ ]

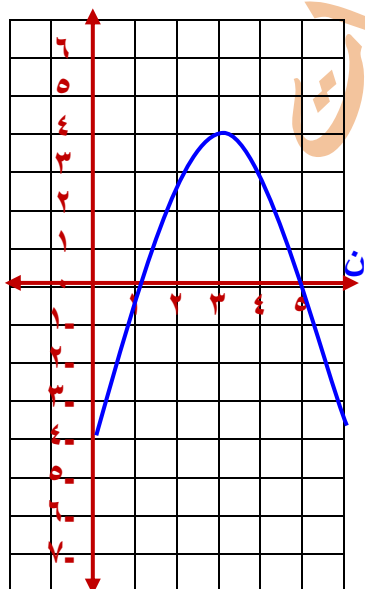
عند  $n \in [3, \infty)$  :  $\therefore$  تتناقص في الفترة  $[3, \infty)$

⊙ عندما تنعدم السرعة  $\therefore 6 = (n^2 - 6n + 5) = (n - 1)(n - 5) \Rightarrow n = 5$

عند  $1 = 2 \therefore 4 = 6 + 1 \times 2 = 6 + 2 = 8$  متر/ث<sup>2</sup>

**عند  $\nu = 5$  ثانية  $\therefore \quad \text{ح} = 6 + 2 \times 5 = 6 + 10 = 16$  متر/ث<sup>٢</sup>**

## حل آخر من التمثيل البياني للدالة ع - ن



①  $\epsilon < 0$  . أى الحركة للأمام عندما  $\nu \in ]0, 1[$

ع > ٠ . أى الحركة للخلف عندما  $\nu \ni \mathcal{C} - [1, 5]$

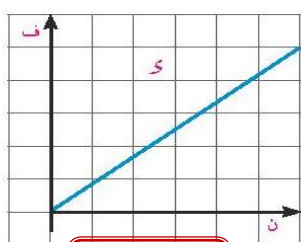
ع یغیر اتجاه عندما  $1 = \nu$  ،  $0 = \nu$

⊖ ٤ تردد عندما  $\nu \in [0, 3]$

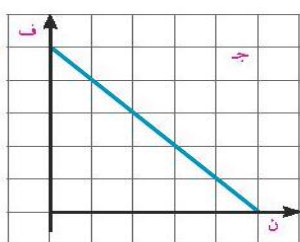
٤ تناقض عندما  $\sim \ni [3, 5]$

### مثال ٨- تأخير الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

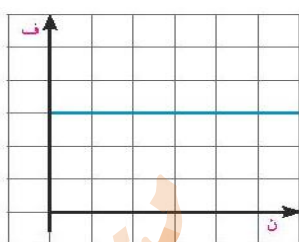
① أى من الأشكال التالية تمثل جسماً تتزايد سرعته



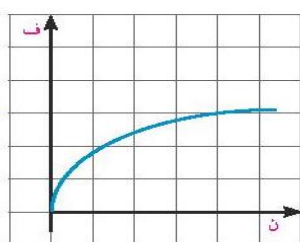
شکل ۵



شکل ج



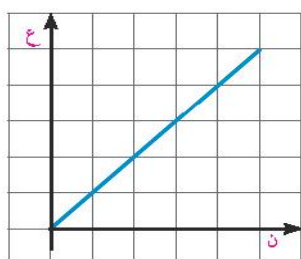
شکل پ



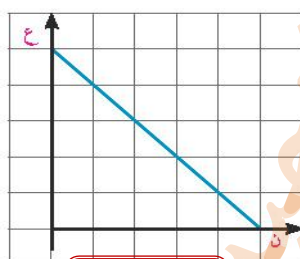
شکل ۱

تصويب المنحنيات - سرعة - زمن بدلاً من إزاحة - زمن فإن المنحني ٢ ، د يمثل جسيماً تزايد سرعته

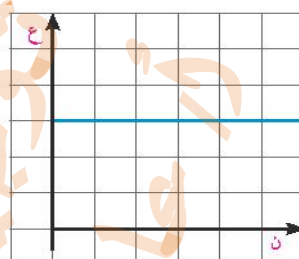
٢) أى من الأشكال التالية تمثل جسماً بتقشير منتظم



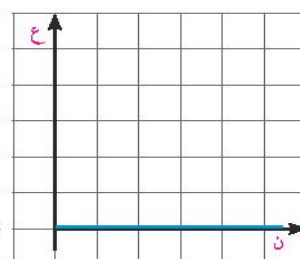
شکا ۵



شکا ج



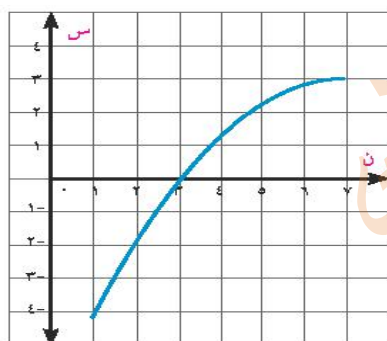
شکا



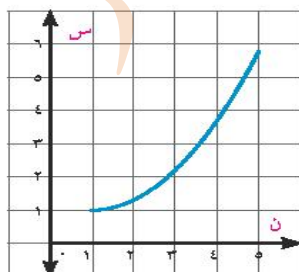
۱ شک

الشكل (ح) لأن  $E < 0$  ، ح (ميل المماس  $\rightarrow$  )  $\therefore E > 0$  . تقصير منتظم

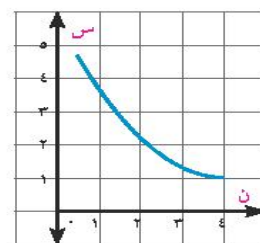
مثال ٩ في كل من المنحنيات ( الموضع - الزمن ) حدد إشارة القياس الجبري لمتجه السرعة ثم عين ما إذا كان الجسم يتحرك بتسارع أو بتباطؤ ( يتحرك ببطء )



شکل (۳)



شکل (۲)



شکل (۱)

المماس < ∴ ع موجبة  
كلنا زاد (ن) ع يتناقص  
ح > ∴ ع < ح  
الجسم يتحرك تقصيراً

المماس < ∙ ∴ مع موجبة  
كلنا زاد (ن) ع تتزايد  
ح < ∙ ⇐ ع < ∙  
الجسيم يتحرك بتسارع

المماس > ∴ ع سالبة  
كلنا زاد (ن) ع تتزايد  
ح < ∴ ع ح >  
الجسيم يتناطأ

مث ١٠ ال فى الشكل المقابل يبين سرعة جسم ع = د (ن) يتحرك فى خط مستقيم

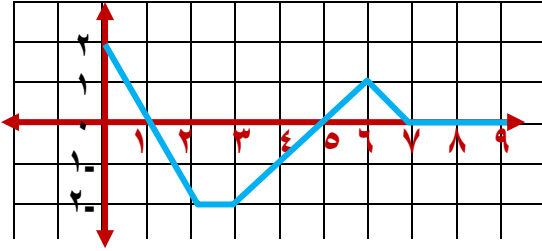
١ متى يتحرك الجسم للأمام ومتى يتحرك للخلف ؟ ومتى تتزايد سرعته ومتى تتباطأ ؟

ب متى تكون عجلة الحركة موجبة ومتى تكون سالبة ومتى تنعدم

ج متى تصل سرعة الجسم إلى قيمتها العظمى ؟ د متى يتوقف الجسم لمدة أكثر من ثانية واحدة ؟

١ يتحرك الجسم للأمام عندما  $v < 0$

ن  $\in [0, 1) \cup [5, 7]$



يتحرك الجسم للخلف عندما  $v > 0$  عندما  $t \in [1, 5]$

تتزايد السرعة عندما ميل المماس لمنحنى السرعة موجب ن  $\in [3, 6]$

تتباطأ السرعة عندما ميل المماس لمنحنى السرعة سالب أى  $v > 0$  عند ن  $\in [2, 4) \cup [6, 7]$

ب تكون عجلة الحركة موجبة أى تتزايد السرعة عندما ميل المماس لمنحنى السرعة موجب ن  $\in [3, 6]$

تكون عجلة الحركة سالبة أى تتباطأ السرعة عندما ميل المماس سالب عند ن  $\in [2, 4) \cup [6, 7]$

تنعدم العجلة  $a = 0$  عندما الميل = صفر عند ن  $\in [2, 3) \cup [5, 6]$

ج القيمة العظمى المطلقة للسرعة هي  $v = 2$  متر/ث عندما  $t = 0$  ثانية

القيمة الصغرى المطلقة للسرعة هي  $v = -2$  متر/ث عندما ن  $\in [2, 3]$

د يتوقف الجسم  $v = 0$  عندما  $t = 1$  ،  $t = 5$  وهذا توقف لحظى

،  $v = 0$  عندما ن  $\in [2, 3]$  ثانية واحدة ، ن  $\in [5, 6]$  أكثر من ثانية



## استنتاج العجلة عندما يكون متجه السرعة دالة فى المضع

إذا كانت  $ع = د(س)$  ،  $س = د(ن)$  فباستخدام قاعدة التسلسل يمكن استنتاج أن

$$\frac{ع}{س} = \frac{ع}{س} \times \frac{س}{س} \quad \text{أى أن} \quad ح = ع \times \frac{ع}{س}$$

ايجاد العجلة عندما تكون السرعة دالة فى الزمن

مثال ١٢ إذا كانت  $ع = ٣س$  فأوجد ج بدلالة س . ثم أوجد عجلة الحركة عندما  $س = ٢$  متر

$$\therefore ع = ٣س \quad \text{فإن} \quad \frac{ع}{س} = ٣$$

$$\text{العجلة} \quad ح = ع \times \frac{ع}{س} = ٣س \times ٣ = ٩س$$

$$\therefore \text{عندما } س = ٢ \quad ح = ٩ \times ٢ = ١٨ \text{ وحدة عجله}$$

مثال ١٣ جسم يتحرك فى خط مستقيم بحيث كانت العلاقة بين  $ع$  ،  $س$  تعطى بالصورة  $ع = \frac{٥}{س + ٤}$

حيث  $ع$  بوحدة المتر/ث ،  $س$  بوحدة متر أوجد عجلة الحركة عندما  $س = ٢$  متر

$$\therefore ع = \frac{٥}{س + ٤} \quad \text{فإن} \quad \frac{ع}{س} = \frac{٥ - ٠ \times (س + ٤)}{(س + ٤)^2} = \frac{٥}{(س + ٤)^2}$$

$$\text{العجلة} \quad ح = ع \times \frac{ع}{س} = \frac{٥}{(س + ٤)^2} \times \frac{٥}{س + ٤} = \frac{٥}{(س + ٤)^3}$$

$$\therefore \text{عندما } س = ٢ \quad ح = \frac{٥}{(٢ + ٤)^3} = \frac{٥}{٢١٦} \text{ متر/ث}^٢$$

مثال ١٤ جسم يتحرك فى خط مستقيم بحيث كان  $ع = س + \frac{١}{س}$

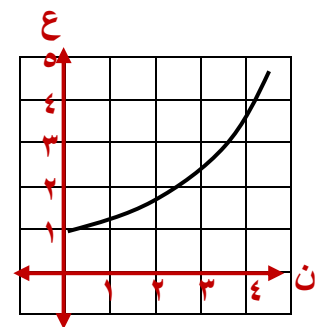
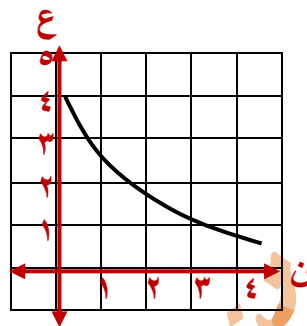
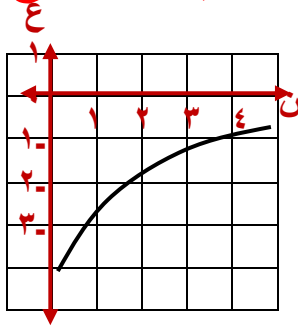
حيث  $ع$  بوحدة المتر/ث ،  $س$  بوحدة متر أوجد عجلة الحركة عندما  $س = ٢$  متر

$$\therefore ع = س + \frac{١}{س} \quad \text{فإن} \quad \frac{ع}{س} = ١ + \frac{١}{س^2}$$

$$\text{العجلة} \quad ح = ع \times \frac{ع}{س} = (١ + \frac{١}{س^2}) \times (١ - \frac{١}{س^2}) = ١ - \frac{١}{س^4}$$

$$\therefore \text{عندما } س = ٢ \quad ح = ١ - \frac{١}{٢^4} = \frac{١٥}{٨} \text{ متر/ث}^٢$$

مٲ٥ ١٥ ال فى الشكل منحنى السرعة - الزمن حدد اشارة العجلة ، بين اذا كان الجسم يتحرك بتسارع اوتباطؤ



|                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>ميل المماس موجب <math>\therefore &gt; 0</math></p> <p>من المنحنى السرعة موجبة <math>&gt; 0</math></p> <p><math>&gt; 0</math> مختلفان فى الاشارة</p> <p>الجسم يتحرك بتباطؤ</p> | <p>ميل المماس سالب <math>\therefore &lt; 0</math></p> <p>من المنحنى السرعة موجبة <math>&gt; 0</math></p> <p><math>&lt; 0</math> مختلفان فى الاشارة</p> <p>الجسم يتحرك بتباطؤ</p> | <p>ميل المماس موجب <math>\therefore &gt; 0</math></p> <p>من المنحنى السرعة موجبة <math>&gt; 0</math></p> <p><math>&lt; 0</math> لهما نفس الاشارة</p> <p>الجسم يتحرك بتسارع</p> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

مٲ٥ ١٦ ال جسم يتحرك فى خط مستقيم بحيث كان القياس الجبرى لمتجه سرعته ع فى علاقة مع القياس

الجبرى موضعه س معطاه بالعلاقة ع =  $\frac{1}{s}$  اوجد ح بدلالة س ثم اوجد ح عند س =  $\frac{1}{2}$

$$\therefore ع = س^{-2} \text{ فإن } \frac{دع}{دس} = -2 س^{-3} = -\frac{2}{س^3}$$

$$\text{العجلة } ح = ع \times \frac{دع}{دس} = س^{-2} \times -\frac{2}{س^3} = -\frac{2}{س^5}$$

$$\therefore ح = -\frac{2}{س^5} = -\frac{2}{(\frac{1}{2})^5} = -64 \text{ وحدة عجلة}$$

مٲ٥ ١٧ ال يتحرك جسم فى خط مستقيم بحيث كان القياس الجبرى لمتجه سرعته ع فى علاقة مع القياس

الجبرى موضعه س بالعلاقة ع<sup>٢</sup> = ١٦ - ٩ جتا س اوجد أقصى سرعة للجسيم وعجلة الحركة عندئذ

$$\therefore ع^2 = 16 - 9 \cos s \text{ فإن } ع = \sqrt{16 - 9 \cos s} \text{ بالقسمة على } 2$$

$$\text{العجلة } ح = ع \times \frac{دع}{دس} = \frac{9}{2} \sin s \text{ جتا س}$$

أقصى سرعة للجسيم عندما  $ح = 0$

$$\text{عندما } س = 0, \pi \therefore ع = 0 \text{ جتا } 9 - 16 \sqrt{1} = 0 \therefore ع = 0$$

$$\text{وعند ذلك } ح = \frac{9}{2} \sin s = 0 \text{ جتا } (\pi \pm) = 0$$



## ثانياً) تكامل الدوال المتجهة

### استنتاج السرعة والإزاحة

$$(١) \text{ إذا كانت } \vec{h} = \frac{d\vec{r}}{dt} \text{ فإن } \vec{r} = \int \vec{h} dt \text{ عند } t = 0 \text{ فإن } \vec{r} = \vec{r}_0, \text{ س} = \text{س}_0$$

ولتعيين عجلة وحيدة تطابق العجلة المعطاه يمكن استبدال التكامل الغير محدد بتكامل محدد

$$(٢) \text{ ع} - \text{ع}_0 = \int_{t_0}^t \vec{h} dt = \text{المساحة تحت منحنى العجلة} - \text{الزمن}$$

$$(٣) \text{ وإذا كانت العجلة ثابتة فإن } \text{ع} - \text{ع}_0 = \vec{h} (t - t_0) \text{ عند } t = 0 \text{ فإن } \text{ع} = \text{ع}_0$$

••• ع = ع<sub>0</sub> +  $\vec{h} (t - t_0)$  ( يستخدم هذا القانون عند ثبوت العجلة )

$$(٤) \text{ حيث } \text{ع} = \frac{d\vec{r}}{dt} \text{ فإن } \vec{r} = \int \text{ع} dt \text{ عند } t = 0 \text{ فإن } \vec{r} = \vec{r}_0, \text{ س} = \text{س}_0$$

(٥) وباستخدام التفاضل المحدود مع حدود مناسبة

$$\text{فإن } \text{ف} = \text{س} - \text{س}_0 = \int_{t_0}^t \text{ع} dt = \text{المساحة تحت منحنى السرعة} - \text{الزمن}$$

$$\text{من (٣) ف} = \text{س} - \text{س}_0 = \int_{t_0}^t (\text{ع}_0 + \vec{h} (t - t_0)) dt \text{ : ف} = \text{ع}_0 (t - t_0) + \frac{1}{2} \vec{h} (t - t_0)^2$$

$$(٦) \text{ إذا كانت } \text{ع} = \frac{d\vec{r}}{dt} \text{ فإن } \vec{r} = \int \text{ع} dt \text{ عند } t = 0 \text{ فإن } \vec{r} = \vec{r}_0$$

وباستخدام التفاضل المحدود مع حدود مناسبة فإن  $\vec{r} = \vec{r}_0 + \text{ع}_0 (t - t_0) + \frac{1}{2} \vec{h} (t - t_0)^2$

$$\text{: ف} = \frac{1}{2} (\text{ع}_1 - \text{ع}_0) (t - t_0) = \text{المساحة تحت منحنى العجلة} - \text{الإزاحة}$$

$$(٧) \text{ عند ثبوت العجلة } \frac{1}{2} (\text{ع}_1 - \text{ع}_0) (t - t_0) = \text{ج} (t - t_0) \text{ : ف} = \text{س} - \text{س}_0$$

$$\text{وبالضرب في } 2 \text{ : ف} = \text{ع}_1 (t - t_0) + 2 \text{ج} (t - t_0)^2$$

### مثال ١ - اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه

١ إذا كان  $E = 3n^2 - 2n$  ، وكانت  $S = 1$  عندما  $n = 0$  فإن:

- أ)  $S = 2 - 6n$     ب)  $S = 3n^2 - 2n + 1$     ج)  $S = 3n^2 - 2n + 1$     د)  $S = 3n^2 - 2n - 1$

$$\therefore S = 1 \Rightarrow S = 3n^2 - 2n + 1 \text{ بالتعويض عن } S = 1, n = 0$$

$$1 = 3(0)^2 - 2(0) + 1 \iff 1 = 1 \therefore S = 3n^2 - 2n + 1$$

٢ إذا كان  $E = 1 + 3n$  ، وكانت  $S = 3$  عندما  $n = 0$  فإن:

- أ)  $S = 3n + 2$     ب)  $S = 3n - 2$     ج)  $S = 3n + 2$     د)  $S = 3n - 2$

$$\therefore S = 3 \Rightarrow S = 3n + 2 \text{ بالتعويض عن } S = 3, n = 0$$

$$3 = 3(0) + 2 \iff 3 = 2 \therefore S = 3n + 2$$

٣ إذا كان  $E = 3n^2 - 2n$  ، فإن  $F$  خلال الفترة  $[0, 2]$

- أ) ١ وحدة طول    ب) ٢ وحدة طول    ج) ٣ وحدة طول    د) ٤ وحدة طول

$$\therefore F \text{ (الإزاحة)} = \int_0^2 (3n^2 - 2n) dn = \left[ n^3 - n^2 \right]_0^2 = (8 - 4) - (0 - 0) = 4$$

$$= (8 - 4) - (0 - 0) = 4 \text{ وحدة طول}$$

٤ إذا كان  $E = 3n^2 - 2n$  ، فإن المسافة المقطوعة خلال  $[0, 2]$

- أ)  $\frac{4}{27}$  وحدة طول    ب) ٤ وحدة طول    ج)  $\frac{112}{27}$  وحدة طول    د)  $\frac{116}{27}$  وحدة طول

$$\therefore F = \int_0^2 (3n^2 - 2n) dn = \left[ n^3 - n^2 \right]_0^2 = (8 - 4) - (0 - 0) = 4$$

$$= \left| \left( n^3 - n^2 \right) \right|_0^2 = \left| (8 - 4) - (0 - 0) \right| = 4$$

$$= \left| \left( \left( \frac{2}{3} \right)^3 - \left( \frac{2}{3} \right)^2 \right) - \left( \left( \frac{0}{3} \right)^3 - \left( \frac{0}{3} \right)^2 \right) \right| = \left| \left( \frac{8}{27} - \frac{4}{9} \right) - (0 - 0) \right| = \left| \frac{8}{27} - \frac{12}{27} \right| = \frac{4}{27}$$

$$= \frac{116}{27} = \frac{112}{27} + \frac{4}{27} = \left| \frac{4}{9} + \frac{8}{27} - 4 - 8 \right| + \left| 0 - \frac{4}{9} - \frac{8}{27} \right| =$$

مثال ٢- ل جسم يتحرك في خط مستقيم مبتدأ من السكون وعلى بعد ٨ أمتار من نقطة ثابتة على الخط المستقيم فإذا كانت  $s = 6t - 4t^2$  حيث  $s$  مقاسة بوحدة م/ث<sup>٢</sup> . فأوجد العلاقة بين السرعة والزمن ، وكذلك العلاقة بين الإزاحة والزمن

(١)----  $\theta + \nu \varepsilon - \nu^3 = \nu s (\varepsilon - \nu^6) \Rightarrow \nu s - \nu^7 = \varepsilon \therefore$

مبتدأ من السكون    تعني    ن = ع ،    بالتعويض في (١)

$$2x - 2^3 = 6 \therefore \quad , = 5 \therefore \quad 5 + , + , = ,$$

(٢)-----  $1 + 2 - 3 = 0$   $(4 - 3) = 1$   $\therefore 1 = 1$

مبتدأ من السكون      تعني      ن = ٠ ، س = ٨ أمطار      بالتعويض في (٢)

$٨ + ٢ = ١٠$        $١٠ - ٢ = ٨$        $٨ = ١٠ - ٢$        $١٠ = ٨ + ٢$

$\overset{2}{\sim}\overset{2}{-}\overset{3}{\sim} = \overset{8}{-}\overset{1}{+} + \overset{2}{\sim}\overset{2}{-}\overset{3}{\sim} = \text{س}_- \text{س}_+ = \text{ف}$

## حل آخر باستخدام التكامل الممدود

$$[v_\varepsilon - v_3] = v_5 (\varepsilon - v_6) \dot{v}_1 = v_5 \dot{v}_1 = \varepsilon$$

$$v_2 - v_3 = (1, -1) - (2, -1) = (-1, 0)$$

$$\overset{\sim}{\text{ف}} = \overset{\sim}{\text{ل}} \text{ ع} = \overset{\sim}{\text{ل}} (\overset{\sim}{\text{ن}} \text{ ٤} - \overset{\sim}{\text{ن}} \text{ ٣}) = \overset{\sim}{\text{ن}} \text{ ٥} - \overset{\sim}{\text{ن}} \text{ ٢}$$

$${}^1\nu_2 - {}^3\nu = (1 - 1) - ({}^1\nu_2 - {}^3\nu) =$$

مثلاً قذف جسم رأسياً لأعلى بسرعة ابتدائية قدرها ٥,٦ متر/ث من نقطة على ارتفاع ٢٤,٥ أمتار من سطح الأرض . فأوجد كلاً من ع ، س بدلالة هـ . ثم أوجد أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم

$$\psi_{\alpha} = \psi_{\beta} \quad \text{for } \alpha, \beta \in \mathcal{A}$$

قذف جسيم تعنى  $n = 0$ ،  $e = 6, 5$  بالتعويض

(۱) ---  $۵۶ + ۷۹ = ۱۳۵$        $۵۶ = ۵۰ + ۶$        $۵۰ + ۸۰ = ۱۳۰$

$$١٠٠\% = ١٠٠ \times \frac{١٠٠}{١٠٠} = ١٠٠ \times \frac{١٠٠}{١٠٠} = ١٠٠ \times ١ = ١٠٠$$

من نقطة على ارتفاع ٢٤,٥ تعني  $n = ٠$  ،  $s = ٢٤,٥$  أمتار بالتعويض

$$۲۴,۵ = \text{'ث} \therefore \text{'ث} + ۰ + ۰ = ۲۴,۵$$

$$\therefore \text{س} = -٤,٩\text{م} + ٥,٦\text{م} + ٢٤,٥ \text{-----} (٢)$$

أقصى ارتفاع عن سطح الأرض ف = س عندما ع = ٠

$$\text{من (١) ع} = -٥,٦ + ٩,٨\text{م} = ٠ \quad \text{م} = \frac{٥,٦}{٩,٨} = \frac{٤}{٧} \text{ ثانية}$$

$$\text{أقصى ارتفاع ف} = \text{س} = -٤,٩\left(\frac{٤}{٧}\right)^2 + ٥,٦\left(\frac{٤}{٧}\right) + ٢٤,٥ = ٢٦,١ \text{ أمتار}$$

مثال ٤: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه

١ إذا كانت ع = ٣ - ٣ ن + ٢ ن، فإن المسافة المقطوعة خلال الفترة الزمنية [٣، ٠]

- أ  $\frac{1}{4}$  وحدة طول      ب  $\frac{1}{3}$  وحدة طول      ج  $\frac{9}{4}$  وحدة طول      د  $\frac{11}{4}$  وحدة طول

$$\text{ع} = (٣ - ٣\text{ن} + ٢\text{ن}) = (٣ - ٣) = ٠$$

$$\therefore \text{ف} = \text{ع} = ٣ - ٣\text{ن} + ٢\text{ن} = ٣ - ٣(٣) + ٢(٣) = ٣ - ٩ + ٦ = ٠$$

بحث اشارة ع



$$= \left[ ٣ - ٣\text{ن} + ٢\text{ن} - \frac{١}{٤} \right] =$$

$$= \left[ ٣ - ٣\text{ن} + ٢\text{ن} - \frac{١}{٤} \right] + \left[ ٣ - ٣\text{ن} + ٢\text{ن} - \frac{١}{٤} \right] + \left[ ٣ - ٣\text{ن} + ٢\text{ن} - \frac{١}{٤} \right] =$$

$$= \left| (٣ - ٣ + ٢ - \frac{١}{٤}) - (٤ - ٩ + ٦ - \frac{١}{٤}) \right| + \left| (٣ - ٩ + ٦ - \frac{١}{٤}) - (٠ - ٩ + ٦ - \frac{١}{٤}) \right| =$$

$$+ \left| (٣ - ٩ + ٦ - \frac{١}{٤}) - (٠ - ٩ + ٦ - \frac{١}{٤}) \right| = \frac{11}{4} \text{ وحدة طول}$$

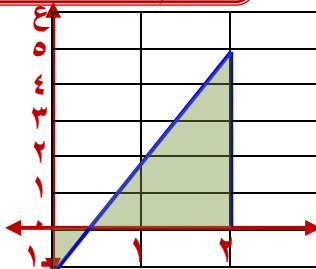
٢ إذا كانت ح = ٣، ع = ١ - فإن ف خلال الفترة الزمنية [٢، ٠].

- أ  $\frac{1}{4}$  وحدة طول      ب ٤ وحدة طول      ج  $\frac{٢٥}{٦}$  وحدة طول      د  $\frac{13}{3}$  وحدة طول

$$\therefore \text{ج ثابت} \therefore \text{ف} = \text{ع} = ٣ - ٣\text{ن} + ٢\text{ن} = ٣ - ٣(٢) + ٢(٢) = ٣ - ٦ + ٤ = ١$$

٣ إذا كانت ح = ٣، ع = ١ - فإن المسافة المقطوعة خلال الفترة الزمنية [٢، ٠].

- أ  $\frac{1}{4}$  وحدة طول      ب ٤ وحدة طول      ج  $\frac{٢٥}{٦}$  وحدة طول      د  $\frac{13}{3}$  وحدة طول



$$\therefore \text{ع} = \text{ح} = ٣ - ٣\text{ن} + ٢\text{ن} = ٣ - ٣(٢) + ٢(٢) = ١$$

$$\therefore \text{ث} = ١ - ٣\text{ن} = ١ - ٣(٢) = ١ - ٦ = -٥$$

$$\therefore \text{ف} = \frac{13}{3} \text{ وحدة طول} = ٥ \times \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٢} + ١ \times \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٢}$$

مث٥-ال بدأت سيارة الحركة من السكون فى خط مستقيم من نقطة ثابتة على الخط ويعطى القياس الجبرى  
لمتجة سرعتها بعد زمن ن بالعلاقة ع  $3v^2 + 2v$  حيث ع مقاسة بوحدة م/ث . فأوجد كلاً  
من عجلة الحركة وإزاحة السيارة عند  $v = 2$  ثانية

$$ع = 3v^2 + 2v \quad \therefore ح = \frac{dv}{dt} = 6v + 2$$

$$عند ن = 2 \quad \therefore ح = 2 + 2 \times 6 = 14 \text{ متر/ث}^2$$

$$\therefore س = [ع] = 14 \text{ م} \quad (3v^2 + 2v) = 14 \text{ م} \quad 3v^2 + 2v = 14 \text{ م} \quad \text{ث} \quad \text{----} (2)$$

مبتداً من السكون تعنى ن = 0 ، س = 0 بالتعويض فى (2)

$$0 = 0 + 0 + 0 \quad \therefore س = 0 \quad \therefore ث = 0$$

$$عند ن = 2 \quad \therefore س = 3(2)^2 + 2(2) = 12 \text{ متر}$$

مث٦-ال جسيم يتحرك فى خط مستقيم بسرعة ابتدائية ٢ م/ث من نقطة ثابتة بحيث كانت ج  $6 - 2v$   
حيث ج مقاسة بوحدة م/ث . فأوجد كلاً من ع ، س ثم أوجد س عندما ع = ١٨ م/ث

$$\therefore ع = 6 - 2v \quad \therefore ح = \frac{dv}{dt} = -2$$

قذف جسيم تعنى ن = 0 ، ع = 2 بالتعويض

$$2 = 0 - 0 + 0 \quad \therefore ث = 2 \quad \therefore ع = 6 - 2(2) = 2 \quad \text{----} (1)$$

$$\therefore س = [ع] = 18 \text{ م} \quad (6 - 2v) = 18 \text{ م} \quad 6 - 2v = 18 \text{ م} \quad \text{ث} \quad \text{----} (2)$$

تعنى ن = 0 ، س = 0 بالتعويض

$$\therefore س = 6 - 2(18) = -30 \text{ م} \quad \text{----} (2)$$

$$عندما ع = 18 \quad 6 - 2v = 18 \quad \therefore 2v = -12 \quad v = -6$$

$$\therefore س = 6 - 2(18) = -30 \text{ م} \quad \therefore س = 6 - 2(18) = -30 \text{ م} \quad \therefore س = 6 - 2(18) = -30 \text{ م}$$

$$\therefore س = 6 - 2(18) = -30 \text{ م} \quad \therefore س = 6 - 2(18) = -30 \text{ م} \quad \therefore س = 6 - 2(18) = -30 \text{ م}$$

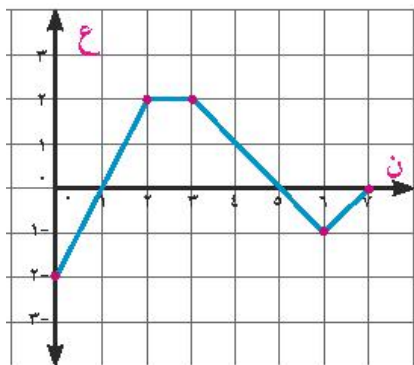
مثال ٧- الشكل منحني السرعة - الزمن فأوجد مقدار الإزاحة

الإزاحة تساوى مجموع المساحات المحصورة فوق محور الزمن

## - مجموع المساحات المحصورة أسفل محور الزمن

$$\therefore 1 \times 2 \times \frac{1}{2} - 2 \times 1 \times \frac{1}{2} - 2 \times (1 + 4) \times \frac{1}{2} = \text{س}$$

س = ٥ - ١ - ١ = ٣ وحدة طول



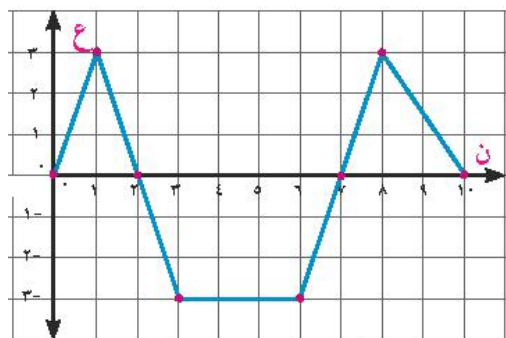
### مثال ٨- في الشكل منحني السرعة - الزمن فأوجد المسافة المقطوعة

الإزاحة تساوى مجموع المساحات المحصورة فوق محور الزمن

**+ مجموع المساحات المحصورة أسفل محور الزمن**

$$\therefore 3 \times 3 \times \frac{1}{4} + 3 \times 2 \times \frac{1}{4} + 3 \times (3 + 5) \times \frac{1}{4} = \text{ف}$$

ف =  $12 + 3 + 4\frac{1}{4} = 19\frac{1}{4}$  وحدة طول



مثال ٩: جسم يتحرك في خط مستقيم من نقطة ثابتة على مستقيم مبتدأ من السكون بحيث كان

ج = ٨ - ٢ = ٦ حيث ج مقاسة بوحدة م/ث<sup>٢</sup> . أوجد أقصى سرعة للجسيم ، زمن الوصول

لأقصى سرعة والمسافة المقطوعة حتى هذا الزمن

أقصى سرعة عندما ج = ٨ - ٢ ن = ٠ صفر

$$٠ = (٢ - ن)(٢ + ن) \quad ٢ = ن \therefore$$

$$٨ + ٢ \times \frac{٢}{٣} - ٧ = ٧ \quad (٢ \times ٢ - ٨) \div ٧ = ٧ \div ٧ = ١ ::$$

في بداية الحركة تعني  $n = ٠$  ،  $e = ٠$  بالتعويض

(۱) ---  $v^{\frac{2}{3}} - v^{\wedge} = ع.∴$      $∴ = ث.∴$      $ث + ∴ - ∴ = ۲$

عند  $v = 2 \therefore \frac{v^2}{3} - v = 8 \times \frac{2}{3} - 2 \times 8 = \frac{32}{3} - 16 = 1 \frac{2}{3}$  متر/ث

$$\therefore \text{س} = \text{ع} \quad ] = \text{ص} \quad ( \text{ص}^{\frac{2}{3}} - \text{ص}^{\frac{1}{3}} ) = \text{ص} \quad \text{ع} = \text{ص} \quad \text{ص}^{\frac{1}{3}} - \text{ص}^{\frac{2}{3}} = \text{ص} \quad \text{ث} = \text{ص}$$

تعني ن = س ، ن = س بالتعويض  
 $\therefore \text{ث} + \text{ن} + \text{س} = \text{ن}$   
 $\therefore \text{ث} = 0$

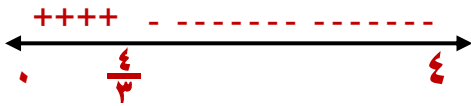
$$\therefore \text{عند } 2 = 16 \times \frac{1}{4} - 4 \times 4 = 4 \text{ متر}$$

مث ١٠ -ال بدأت سيارة حركتها من السكون فى خط مستقيم من نقطة ثابتة على الخط ويعطى القياس الجبرى  
لمتجة السرعة بعد زمن ن بالعلاقة ع = ٤ - ٣ - ٢ حيث ع مقاسة بوحدة م/ث . أوجد خلال  
الفترة الزمنية ٢ حيث ٢  $\in$  [ ٠ ، ٤ ] كلاً من السرعة المتوسطة ومتجة السرعة المتوسطة  
. متى تصل سرعة السيارة إلى قيمتها العظمى ؟ وأوجد مقدار العجلة عندئذ

$$\because \text{ع} = ٤ - ٣ - ٢ \quad \therefore \frac{\text{ع}}{\text{س}} = ٤ - ٣ - ٢$$

$$\because \text{س} = \text{إ} \cdot \text{ع} = \text{س} (٤ - ٣ - ٢) \quad \therefore \text{س} = [٢ - ٣ - ٢]$$

بحث اشارة ع



بفرض ع = ٠ والتحليل ٠ = (٣ - ٤) ٢

$$\because \text{س} = [٢ - ٣ - ٢] + [٣ - ٢ - ٢]$$

$$= | [٣ - ٢ - ٢] - [٣ - ٢ - ٢] | + | (٠) - [٣ - ٢ - ٢] |$$

$$= ١ \frac{٥}{٢٧} + ٣٣ \frac{٥}{٢٧} = ٣٤ \frac{١}{٢٧} = \frac{٩٢٨}{٢٧} \text{ وحدة طول}$$

$$\text{السرعة المتوسطة (ع م)} = \frac{\text{الإزاحة}}{\text{الزمن}} = \frac{٩٢٨}{٢٧} \div ٤ = \frac{٢٣٢}{٢٧} \text{ وحدة سرعة}$$

$$\text{ف} = [٢ - ٣ - ٢] = (٠) - (٦٤ - ١٦ \times ٢) = ٣٢$$

$$\text{متجه السرعة المتوسطة} = \frac{\text{ف}}{\text{ع م} - \text{ع}} = \frac{٣٢}{٠ - ٤} = -٨ \frac{٢}{٣}$$

لايجاد القيم العظمى أ، الصغرى نفرض ج = ٤ - ٣ - ٢ = ٠  $\therefore \frac{٢}{٣} = ٢$

نوجد قيمة ع عند ٢ = ٠ ع = (٠) = ٤ - ٣ - ٢ = ٠

$$\text{عند } \frac{٢}{٣} = ٢ \quad \text{ع} = (\frac{٢}{٣}) = ٤ - \frac{٢}{٣} \times ٣ - \frac{٤}{٣} \times ٤ = \frac{٤}{٣} \text{ قيمة عظمى محلية}$$

$$\text{عند } ٤ = ٢ \quad \text{ع} = (٤) = ٤ - ٤ \times ٣ - ١٦ \times ٣ = ٣٢ \text{ قيمة صغرى مطلقة}$$

مثال ١١ - مال سيارة تتحرك فى خط مستقيم بسرعة ابتدائية ١٢ م/ث من موضع يبعد ٤ م فى الاتجاه الموجب من نقطة ثابتة على خط مستقيم بحيث كانت ج = س - ٤ فأوجد

① ع بدلالة س      ② أوجد سرعة السيارة عندما ج = ٠

$$\therefore \text{ج} = \text{س} - ٤ \quad \text{بالاشتقاق بالنسبة إلى س} \quad \text{ج} = \text{ع} \frac{\text{دس}}{\text{دس}}$$

$$\therefore [\text{ع} \text{ دس}] = [\text{ج} - ٤] \text{ دس} \iff [\text{ع} \frac{1}{4}] = [\text{ج} - ٤] \text{ دس}$$

فى بداية الحركة      ن = ٠ ، ع = ١٢ ، س = ٤

$$\therefore (\frac{1}{4} \text{ع} - \frac{1}{4} \times ١٤٤) = (\frac{1}{4} \text{س} - ٤) \text{ دس} \quad \text{ع} = ١٦ - ١٦ \times \frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{1}{4} \text{ع} - ٣٦ = \frac{1}{4} \text{س} - ٤ \text{ دس} \quad \therefore \frac{1}{4} \text{ع} = \frac{1}{4} \text{س} - ٨ + ١٦٠$$

عندما ج = صفر       $\therefore \text{س} = ٤$

$$\text{ع} = ١٦٠ + ٣٢ - ١٦ = ١٧٦ \quad \therefore \text{ع} = \sqrt{١٧٦} = ١٢ \text{ متر/ث}$$

مثال ١٢ - مال جسم تتحرك فى خط مستقيم من نقطة ثابتة على مستقيم مبتدأ من السكون بحيث ج =  $\frac{3}{8} \text{س}^٢$  ، ج مقاسة بوحدة م/ث<sup>٢</sup> فأوجد أوجد سرعة الجسم عندما س = ٢ متر ، موضعه عندما ع = ٨ م/ث

$$\therefore \text{ج} = \text{س} - ٤ \quad \text{بالاشتقاق بالنسبة إلى س} \quad \text{ج} = \text{ع} \frac{\text{دس}}{\text{دس}}$$

$$\therefore [\text{ع} \text{ دس}] = [\text{ج} - ٤] \text{ دس} \iff [\text{ع} \frac{1}{4}] = [\text{ج} - ٤] \text{ دس}$$

فى بداية الحركة      ن = ٠ ، ع = ٠ ، س = ٠

$$\therefore (\frac{1}{4} \text{ع} - \frac{1}{4} \times ٠) = (\frac{1}{8} \text{س}^٣ - ٠) \quad \therefore \frac{1}{4} \text{ع} = \frac{1}{8} \text{س}^٣$$

$$\text{ع} = ٢ = ٨ \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \text{س}^٣ \iff \text{س} = \sqrt[3]{٢} \text{ متر}$$

$$\text{ع} = ٨ = \frac{1}{4} \text{س}^٣ \times \frac{1}{4} = \frac{1}{١٦} \text{س}^٣ \iff \text{س} = \sqrt[3]{٦٤} \text{ متر}$$

$$\therefore \text{س} = \sqrt[3]{٦٤} = ٤ \text{ متر}$$

