

أسئلة التفاضل والتكامل

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة من بين الاختيارات:

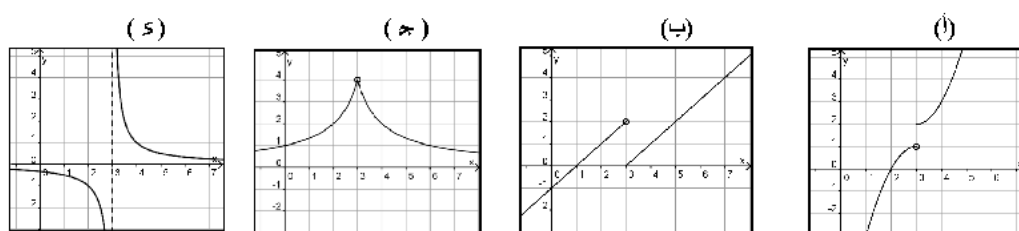
١.

يتزايد طول احد النباتات بمعدل ثابت فإذا كان طول أحد النباتات ٣٠ سم فإن طوله بعد زمن t يوم حيث $t \in [0, 30]$ يعطى بالعلاقة

(أ) $30 = (t) \cdot \frac{1}{2}$ (ب) $30 + \frac{1}{2} = (t) \cdot \frac{1}{2}$ (ج) $30 = (t) \cdot \frac{1}{2}$ (د) $30 + \frac{1}{2} = (t) \cdot \frac{1}{2}$

٢.

أي الدوال الآتية لها نهاية عند $s = 3$



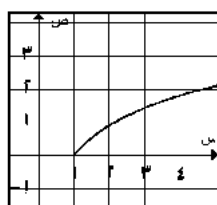
٣.

الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة $s = d(s)$

فإذا كان معادلة المماس للمنحنى عند أي نقطة عليه $(s, d(s))$

هي $s = r(s)$ أي العبارات الآتية صحيحة

(أ) $r(s) = d(s)$ (ب) $r(s) \geq d(s)$ (ج) $r(s) \leq d(s)$ (د) $d(s) + r(s) > 0$



٤.

إذا كانت $s = 3 + t$ ، $t = 5 - 2t$ فإن معدل تغير s بالنسبة لـ t يساوي

(أ) 12 (ب) 3 (ج) 6 (د) 12

٥.

إذا كان د (س) = $\frac{1}{س}$ فإن د' (٢) =

- (أ) غير موجودة (ب) $\frac{1}{س} + ١$ (ج) ٢ (د) $\frac{1}{٢}$

٦.

إذا كانت ن عدد صحيح فإن الدالة د حيث د (س) = طاس متصلة لجميع قيم س $\Rightarrow$

- (أ) ٤ (ب) $\{٠\} - ٤$ (ج) $\left\{\frac{\pi}{٢}\right\} - ٤$ (د) $\left\{\frac{\pi}{٢}(١ - \sqrt{٢})\right\} - ٤$

٧.

وعاء فارغ حجمه ٤٥ سم^٣ يصب فيه الماء بمعدل ٥ سم^٣/ث فإن الوعاء يمتلئ بعد مرور

ثانية

- (أ) ٩ (ب) ١٣٥ (ج) ٤٥ (د) ٥

٨.

أي الدوال الآتية تحقق العلاقة $\frac{٤}{س} = \frac{٤}{ص}$

- (أ) $ص = (١ + س)^٤$ (ب) $ص = جاس$ (ج) $ص = طاس$ (د) $ص = ١$ حيث ١ ثابت

٩.

إذا كانت د دالة تحقق د (١) = ٥ ، د' (١) = ٤ فإن نها $\lim_{س \rightarrow ١} د(س) =$

- (أ) ٥ (ب) ٤ (ج) ٩ (د) غير موجودة

١٠.

الدالة د حيث د (س) = س^٢ تكون متزايدة لكل س $\Rightarrow$

- (أ) $[-٠, \infty)$ (ب) $[-٠, \infty]$ (ج) ٤ (د) $[-٣, \infty]$

١١.

$$\int \frac{\pi}{r} \text{ جا } s = \dots\dots\dots$$

$$(أ) \text{ جا } \frac{\pi}{r} + \text{ب) } \frac{r}{\pi} \text{ جا } \frac{\pi}{r} + \text{ج) } s + \text{د) } s + 1$$

١٢.

معادلة المماس لمنحنى الدالة د حيث د (س) = (س² + ٣) عند النقطة (١، ١) هي

$$(أ) ٧ = s + ١ \text{ ب) } s + ٦ = ٧ \text{ ج) } s^2 - ٣ = ١ \text{ د) } s + s^2 = ٥$$

ثانياً : أكمل ما يأتي:

١٣.

$$\text{إذا كانت د (س) فإن نها} \frac{د' (س + هـ) - د (س + هـ)'}{هـ} = \dots\dots\dots$$

١٤.

$$\text{إذا كانت د (س) = } s^2 + s^3 \text{ فإن د' (١) = } \dots\dots\dots$$

١٥.

إذا كان نها د (س) = ٣ + ك ، نها د (س) = ١ - ك وكانت الدالة قابلة للاشتقاق عند

$$s = ٢ \text{ فإن ك = } \dots\dots\dots$$

١٦.

$$\text{إذا كانت د (س) = } s + s^2 + s^3 \text{ فإن د'' (٣) = } \dots\dots\dots$$

١٧.

مستطيل محيطه ١٤ سم فإن أكبر مساحة له تساوى سم²

١٨.

إذا كان للدالة $D(s) = s^r + \frac{b}{s}$ نقطة حرجية عند $s = 2$ فإن $b = \dots\dots\dots$

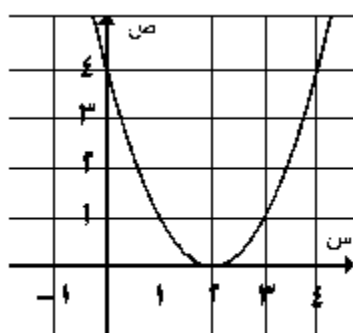
١٩.

إذا كانت $D(s) = s^2 + r(s)$ وكان $r'(1) = -3$ فإن ميل المماس لمنحنى الدالة D عند

$s = 1$ يساوى

٢٠.

الشكل المقابل يمثل منحنى $D'(s)$



فإن الدالة D تكون متزايدة

عندما $s \geq \dots\dots\dots$

٢١.

إذا كانت الدالة D حيث $D(s) = \begin{cases} s^2 + s & \text{عندما } s \leq 1 \\ s^3 + k & \text{عندما } s > 1 \end{cases}$ متصلة عند $s = 1$ فإن $k = \dots\dots\dots$

٢٢.

$\left[\sqrt{1 + s^2} + k s \right] \dots\dots\dots$

٢٣.

$$\dots\dots\dots = \frac{x}{x^2-1} - (x^2-1) \dots\dots\dots$$

٢٤.

$$\dots\dots\dots = \frac{x}{x^2-1} (x^2+1) \dots\dots\dots$$

٢٥.

$$\dots\dots\dots = \text{إذا كان } x = x^2 - x^3 \text{ فإن } \frac{x^2}{x^2-1} = \frac{x^3}{x^2-1} \text{ عند } x = \dots\dots\dots$$

ثالثاً: أجب عن الأسئلة التالية:

٢٦.

$$\text{أوجد } \left[\frac{x}{x^2-1} \right] \text{ ، } \left[\frac{x}{x^2-1} \right]$$

٢٧.

$$\text{إذا كانت الدالة } D \text{ حيث } D(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & \text{عندما } x > 1 \\ x^2 + 1 & \text{عندما } x \leq 1 \end{cases} \text{ قابلة للاشتقاق عند } x = 1$$

فاوجد قيمة الثابتين a ، b

٢٨.

$$\text{إذا كانت } x^2 + x^3 = 1 \text{ فثبت أن } \frac{x^2}{x^2-1} + \frac{x^3}{x^2-1} = 1 + \dots\dots\dots = \text{صفر}$$

٢٩.

عين فترات التحدب إلى أعلى وفترات التحدب إلى أسفل ونقط الانقلاب إن وجدت للمنحنى

$$y = (x^2-1)^2$$

٣٠.

إذا كان ميل المماس للمنحنى $v = d(s)$ عند أى نقطة عليه (s, v) يعطى بالعلاقة

$$\frac{v}{s} = \frac{s^2 + 1}{s^2} \quad \text{أوجد معادلة المنحنى علماً بأنه يمر بالنقطة (1, 2)}$$

٣١.

يزداد طول حرف مكعب بمعدل ثابت يساوى $\frac{1}{4}$ سم/ث . أوجد معدل تغير حجم المكعب عند

اللحظة التى يكون فيها طول حرفه ٦ سم .

٣٢.

إذا كان ميل المماس للمنحنى $v' = s - 1$ يساوى $\frac{1}{3}$ فأوجد معادلة هذا المماس

٣٣.

سلك طوله ٦٨ سم قسم الى جزئين . ثنى الجزء الأول على شكل مستطيل عرضه s سم وطوله ضعف عرضه . وثنى الجزء الثانى على شكل مربع أوجد قيمة s بحيث يكون مجموع مساحتي المستطيل والمربع أصغر ما يمكن .

٣٤.

$$\left. \begin{array}{l} \text{عندما } s > 5 \\ \text{عندما } s \leq 5 \end{array} \right\} = d(s) \quad \text{إذا كانت الدالة } d \text{ حيث } d(s) = \begin{cases} s + 5 \\ s^2 + 1 \end{cases}$$

$s = 2$ فأوجد قيمة الثابت k . ثم ابحث قابلية الاشتقاق للدالة d عند $s = 2$

٣٥.

أوجد معادلة العمودى للمنحنى الذى معادلته $v = \sqrt{1-s}$ عند نقطة تقاطعه مع المستقيم

$$v = s$$

.٣٦

أوجد القيم العظمى والصغرى المطلقة للدالة D في الفترة $[-2, 4]$ حيث

$$D(s) = s^3 - 9s^2 + 5s$$

.٣٧

$$\text{أوجد } \left[(1-s^2)^5 s^5, (1+s^2+s^4) s^5 \right]$$

.٣٨

إذا كان ميل المماس للمنحنى $s = D(s)$ عند أي نقطة عليه $(s, D(s))$ يعطى بالعلاقة

$$\frac{D(s)}{s} = \frac{s}{1+s^2} \text{ . أوجد معادلة المنحنى علماً بأنه يمر بنقطة الأصل .}$$

.٣٩

$$\text{إذا كان } s^3 = s^2 + 5 \text{ فاثبت أن } s^4 + \frac{s^2}{s^2} + \frac{s^2}{s^2} = 2 \text{ صفر}$$

.٤٠

اسطوانة دائرية قائمة تتمدد بحيث تظل محتفظة بشكلها فإذا كان طول نصف قطرها يزداد بمعدل ٠.٥ سم/ث وارتفاعها h يزداد بمعدل ٠.٢٥ سم/ث أوجد معدل التغير في حجم الاسطوانة عندما يكون $h = 3$ سم . $h = 5$ سم .

.٤١

صفحة معدنية رقيقة مربعة الشكل طول ضلعها ٢٠ سم . قطع من أركانها أربعة مربعات متساوية . ثم نثني الباقي ليكون صندوقاً بدون غطاء على شكل متوازي مستطيلات . أوجد طول المربع المقطوع الذي يجعل حجم الصندوق أكبر ما يمكن .

.٤٢

$$\text{إذا كان } s^3 = (s-1)^2 \text{ فاثبت أن : } s^4 + \frac{s^2}{s^2} + \frac{s^2}{s^2} = 1$$

.٤٣

وعاء اسطوانى حجمه ٨٠٠٠ ط سم^٣ . أوجد أبعاده التى تجعل مساحته السطحية أقل ما يمكن
إذا كان الوعاء مفتوحاً من قاعدته العليا .

.٤٤

مستطيل طوله ضعف عرضه يتمدد بانتظام بحيث يظل محتفظاً بشكله وبنفس النسبة بين
أبعاده أوجد مساحة المستطيل فى اللحظة التى يزداد فيها الطول بمعدل ٠.١ سم/ث وتزداد
المساحة بمعدل ٠.٢ سم^٢/ث .

.٤٥

عين مناطق التحذب الى أعلى وإلى أسفل للمنحنى $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 7$

.٤٦

منحنى يمر بالنقطة (١ . ١) وميل المماس له عند $x = 1$ نقطة عليه (s ، y) يساوى
 $s^3 - 2s^2 + 5s + 5$ أوجد معادلة المماس له عند النقطة التى إحداثيها السينى صفر .

.٤٧

إذا كانت الدالة $d : D(s) = \begin{cases} s+1 & \text{عندما } s \geq 1 \\ s & \text{عندما } s < 1 \end{cases}$ متصلة عند $s=1$ فما قيمة a

ثم اجث قابلية اشتقاق الدالة عند $s=1$

.٤٨

المنحنى $y = x^3 + x^2 + x + 3$ له نقطة انقلاب عند (٣ . ٩) أوجد :
أولاً : قيمة كل من a ، b ثانياً : مواقع القيم العظمى والصغرى المحلية له

.٤٩

إذا علم أن $\frac{y}{x} = 6 + 12$ عند كل نقطة من نقط منحنى الدالة $y = D(x)$ أوجد معادلة المنحنى إذا علم أنه يمر بالنقطة $(-3, 0)$ وميله عند هذه النقطة صفر.

.٥٠

يتكلف مصنع تصنيع وتسويق الوحدة من سلعة ما ٨٠ جنيهاً فإذا قدر أن عدد الوحدات

التي ستباع من تلك السلعة سيكون $v = \frac{200}{80 - s} + 500(100 - s)$ حيث $s \neq 80$ سعر بيع الوحدة . أوجد السعر الأمثل ليحقق أكبر ربح .