- ملخص نظري الهندسة -

MR: AHMED RABIE

اعداد م/أحمد ربيع

(١)حالات تعيين المستوي م) ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة ب) مستقيم ونقطة لاتنتمي إليه ج) مستقيمان متقاطعان.

(٢) إذا اشترك مستويان في ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة فإنهما ينطبقان.

(٣)إذا اشترك مستقيم ومستو في نقطتين مختلفتين فإن المستقيم يقع بأكمله في المستوي

(٤)الزاوية بين مستقيمين متخالفين: هي الزاوية التي يصنعها أحدهما مع أي مستقيم قاطع له ويوازي الأخر

(٥)إذا وازي مستقيم مستويا فإنه يوازي جميع المستقيمات التي تنشأ عن تقاطع هذا المستوي مع المستويات التي تحتوي هذا المستقيم

(٦)إذا وازي مستقيم خارج مستوي مستقيما في المستوي فإنه يوازي ذلك المستوي.

(٧)إذا وازي مستقيم مستويا فالمستقيم الذي يمر بأي نقطة من نقط المستوي موازيا للمستقيم المعلوم يقع في المستوي.

(٨)إذا قطع مستو مستويين متوازيين فخطا تقاطعه معهما يكونان متوازيان.

(٩)إذا قطع مستقيم أحد مستويين متوازيين فإنه يقطع الاخر.

(١٠) إذا توازي مستقيمان ومر بكل منهما مستو وتقاطع المستويان كان خط تقاطعهما موازيا لهذين المستقيمين.

(١١) إذا وازي مستقيم كلا من مستويين متقاطعين فإنه يوازي خط تقاطعهما .

(١٢) إذا قطعت عدة مستويات متوازية بمستقيمين فإن أطوال القطع المستقيمة المحصورة بينهما تكون متناسبة

(١٣) إذا تقاطع مستقيمان في مستو وكان موازيين لمستقيمين متقاطعين في مستو أخر كان مستوي المستقيمين الاولين موازيا لمستوي المستقيمين الأخرين.

(١٤) إذا كان مستقيم عموديا على كل مستقيم في المستوي فإن المستقيم يكون عموديا على المستوي.

(١٥) المستقيم العمودي على كل من مستقيمان متقاطعين من نقطة تقاطعهما يكون عموديا على مستويهما.

(١٦) المستقيم العمودي على مستقيمين غير متوازيين في مستو يكون عمودي على هذا المستوي.

(١٧) إذا توازي مستقيمان وكان أحدهما عموديا على مستوي كان المستقيم الأخر عموديا على هذا المستوي.

(١٨) يتوازي مستويان اذا وجد مستقيم واحد عمودي علي كلا منهما.

(١٩) اذا قطع مستقيم مستويين متوازيين وكان عموديا على أحدهما فإنه يكون عموديا على الاخر.

(٢٠) جميع المستقيمات العمودية على مستقيم معلوم من نقطه معينة عليه تقع في مستوي واحد عمودي على هذا المستقيم.

(٢١) يوجد مستوي واحد وواحد فقط عمودي على مستقيم من نقطه عليه.

(٢٢) المستقيمان العموديان على مستوي واحد متوازيان.

(٢٣) اذا كان مستقيم عموديا على كل من مستويين فإنهما يكونان متوازيين.

(٢٤) إذا كان مستقيم عموديا على أحد مستويين متوازيين فإنه يكون عموديا على الأخر.

(٢٥) مستوي محاور قطعه مستقيمة هو المستوي العمودي علي هذه القطعه المستقيمة من نقطة منتصفها.

(٢٦) مسقط نقطة معلومة على مستوي معلوم : هو موقع القطعه المستقيمة المرسومة من النقطة عمودية على ذلك المستوي.

(٢٧) الزاوية بين مستقيم ومستوي هي الزاوية بين المستقيم ومسقطه على المستوي وتسمي زاوية ميل المستقيم على المستوي

(٢٨) اذا رسم مستقيم مائل على مستوي وكان عموديا على مستقيم في المستوي فإن مسقط المستقيم المائل على المستوي يكون عموديا على هذا المستقيم.

(٢٩) إذا رسم مستقيم مائل على مستو وكان مسقطه على المستوي عموديا على مستقيم فيه كان هذا المستقيم المائل عموديا على ذلك المستقيم.

(٣٠) اتحاد نصفي مستويين مع حدهما المشترك يسمي الزاوية الزوجية.

(٣١) الزاوية المستوية للزاوية الزوجية هي الزاوية الحادثة من تقاطع هذه الزاوية الزوجية مع أي مستوي عمودي على حرفها.

(٣٢) جميع الزوايا المستوية للزاوية الزوجية تكون متساوية في القياس.

(٣٣) يقال لمستويين أنهما متعامدان إذا نشأ عن تقاطعهما أربعة زوايا زوجية قوائم.

(٣٤) اذا كان مستقيم عموديا على مستوي فكل مستوي يحوي هذا المستقيم يكون عموديا على ذلك المستوي

(٣٥) إذا تعامد مستويان ورسم في أحدهما مستقيم عمودي على خط التقاطع كان هذا المستقيم عموديا على المستوي الاخر.

(٣٦) اذا كان كلا من مستويين متقاطعين عموديا على مستو ثالث كان خط تقاطع هذين المستويين عموديا على المستوي الثالث.

(٣٧) الهرم القائم هو هرم قاعدته سطح مضلع منتظم مركزه هو موقع "مسقط" العمود المرسوم من رأس الهرم على هذه القاعدة.

(٣٨) خواص الهرم القائم   م) الأحرف الجانبية متساوية في الطول.
ب) الأوجه الجانية مثلثات متساوية الساقين ومتطابقة.
ج) الارتفاعات الجانبية للهرم القائمة متساوية في الطول.

(٣٩) الهرم الثلاثي المنتظم: هو هرم قائم أوجهه الاربعه مثلثات متساوية الأضلاع."هرم تساوت أحرفه الستة"

(٤٠) ارتفاع الهرم الثلاثي المنتظم هو القطعة الواصله بين رأسه ونقطة تلاقي متوسطات قاعدته.

(٤١) قياس الزاويه الزوجيه هو قياس أي من زواياها المستوية.

(٤٢) المنشور هو الجسم التولد من انتقال سطح مضلع موازيا لنفسه في اتجاه ثابت ويسمي سطح المضلع بقاعده المنشور . ويسمي المنشور حسب اضلاعه . وخواصه
قاعدتا المنشور متطابقتين ومتوازيتين&& الاحرف الجانبية متوازية ومتساوية في الطول && الاوجه الجانبية هي سطوح متوازيات اضلاع اذا كان المنشور مائل وسطوح مستطيلات اذا كان المنشور قائم

(٤٣) ارتفاع المنشور هو طول البعد العمودي بين قاعدتيه .

(٤٤) ارتفاع المنشور القائم يساوي طول حرفه الجانبي.

(٤٥) المساحة الجانبية للمنشور = محيط القاعدة × الارتفاع   حجم المنشور = مساحة القاعدة× الارتفاع
المساحة الكلية للمنشور = المساحة الجانبية + ٢ × مساحة القاعدة.

(٤٦) الهرم هو اتحاد جميع القطع المستقتيمة الواصلة من نقطة"تسمي رأس الهرم" لا تنتمي الي المستوي الذي يحوي سطح مضلع " قاعدة الهرم" الي نقطة تنتمي لقاعدة الهرم.

(٤٧) قطر المنشور هو القطعة المستقيمة الواصلة بين رأسين لا تقعان في وجعه واحد

(٤٨) الهرم الثلاثي المنتظم اذا كان ل طول حرفه ، ع ارتفاع الهرم ، ع/ الارتفاع الجانبي

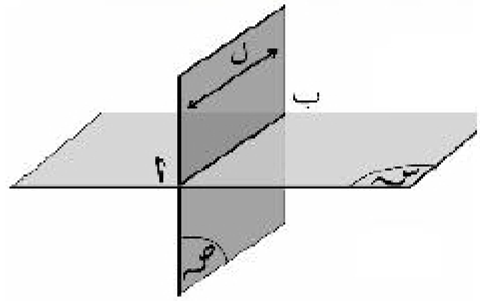
$\text{٢ل}^{٢} = \text{٣ع}^{٢}$ $\text{٣ل}^{٢} = \text{٤ ع}'^{٢}$ $\text{٨ع}'^{٢} = \text{٩ ع}^{٢}$

مساحته الوجه الواحد = $\frac{\sqrt{\text{٣}}\,\text{ل}^{٢}}{\text{٤}}$ المساحة الكلية = $\sqrt{\text{٣}}\,\text{ل}^{٢}$ حجمه = $\frac{\sqrt{\text{٣}}\,\text{ل}^{٢}\,\text{ع}}{\text{١٢}}$

قياس الزاوية بين أي وجهين جاهـ = $\frac{\text{ع}}{\text{ع}'} = \frac{\text{٢}\sqrt{\text{٢}}}{\text{٣}}$ قياس زاويه ميل اي حرف على القاعدة جاهـ = $\frac{\text{ع}}{\text{ل}} = \frac{\sqrt{\text{٢}}}{\sqrt{\text{٣}}}$

※ نظرية (١): {البرهان مقرر}

«إذا وازى مستقيم مستويًا فإنه يوازي جميع المستقيمات التي تنشأ عن تقاطع هذا المستوى مع المستويات التي تحتوي ذلك المستقيم».



المعطيات: ل // س، ل ⊂ ص،

س ∩ ص = $\overleftrightarrow{\text{أب}}$

المطلوب: أثبت أن: ل // $\overleftrightarrow{\text{أب}}$

البرهان: ∵ ل // س ∴ ل ∩ س = ∅

∴ ل ∩ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ = ∅ لأن $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ⊂ س

∵ ل، $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ⊂ ص

(يجمعها مستوى واحد وغير متقاطعين)

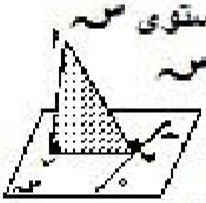
∴ ل // $\overleftrightarrow{\text{أب}}$

إذا رسم مستقيم مائل على مستو و كان عمودياً على مستقيم في المستوى فإن مسقط المستقيم المائل على المستوى يكون عمودياً على هذا المستقيم

المعطيات : $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ مائل على المستوى س

، $\overleftrightarrow{\text{جـء}}$ $\perp$ الواقع المستوى س

، $\overleftrightarrow{\text{أهـ}}$ $\perp$ المستوى س



المطلوب : إثبات أن :

$\overleftrightarrow{\text{بهـ}}$ $\perp$ $\overleftrightarrow{\text{جـء}}$

البرهان : ∵ $\overleftrightarrow{\text{أهـ}}$ $\perp$ المستوى س

∴ $\overleftrightarrow{\text{أهـ}}$ $\perp$ $\overleftrightarrow{\text{جـء}}$ الواقع في المستوى س ، ∵ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ $\perp$ $\overleftrightarrow{\text{جـء}}$

∴ $\overleftrightarrow{\text{جـء}}$ $\perp$ عمودى على كل من $\overleftrightarrow{\text{أهـ}}$ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$.

∴ $\overleftrightarrow{\text{جـء}}$ $\perp$ مستويهما

" أي : المستوى أهـ ب "

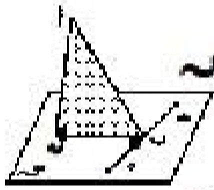
∴ $\overleftrightarrow{\text{جـء}}$ $\perp$ أى مستقيم يقع في المستوى أهـ ب ∴ $\overleftrightarrow{\text{جـء}}$ $\perp$ $\overleftrightarrow{\text{بهـ}}$

إذا رسم مستقيم مائل على مستو و كان مسقطه على المستوى عمودياً على مستقيم فيه كان هذا المستقيم المائل عمودياً على ذلك المستقيم

المعطيات : $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ مائل على المستوى س

، $\overleftrightarrow{\text{أهـ}}$ $\perp$ المستوى س

، $\overleftrightarrow{\text{بهـ}}$ $\perp$ $\overleftrightarrow{\text{جـء}}$ الواقع في المستوى س



المطلوب : إثبات أن :

$\overleftrightarrow{\text{أهـ}}$ $\perp$ $\overleftrightarrow{\text{جـء}}$

البرهان : ∵ $\overleftrightarrow{\text{أهـ}}$ $\perp$ المستوى س

∴ $\overleftrightarrow{\text{أهـ}}$ $\perp$ $\overleftrightarrow{\text{جـء}}$ الواقع في المستوى س ، ∵ $\overleftrightarrow{\text{بهـ}}$ $\perp$ $\overleftrightarrow{\text{جـء}}$

∵ $\overleftrightarrow{\text{جـء}}$ $\perp$ عمودى على كل من $\overleftrightarrow{\text{أهـ}}$ $\overleftrightarrow{\text{بهـ}}$

B∴ $\overleftrightarrow{\text{جـء}}$ $\perp$ مستويهما

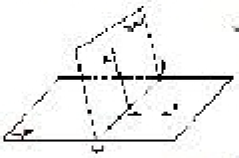
" أي : المستوى أهـ ب "

∴ $\overleftrightarrow{\text{جـء}}$ $\perp$ أى مستقيم يقع في المستوى أهـ ب ∴ $\overleftrightarrow{\text{جـء}}$ $\perp$ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$

إذا كان مستقيم عمودياً على مستو فكل مستو يمر بهذا المستقيم يكون عمودياً على ذلك المستوى

المعطيات : $\overleftrightarrow{\text{جـء}}$ $\perp$ المستوى س و يقطعه في جـ

، ص مستوى يمر بالمستقيم $\overleftrightarrow{\text{جـء}}$ و يقطع المستوى س في $\overleftrightarrow{\text{أب}}$



المطلوب : إثبات أن : ص $\perp$ س

العمل : نرسم في المستوى س $\overleftrightarrow{\text{جـهـ}}$ $\perp$ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$

البرهان : ∵ $\overleftrightarrow{\text{جـء}}$ $\perp$ المستوى س

∴ $\overleftrightarrow{\text{جـء}}$ $\perp$ $\overleftrightarrow{\text{جـهـ}}$

الذي يقع في المستوى س

∴ ق (∠ ء جـ هـ) = °٩٠

∵ $\overleftrightarrow{\text{جـهـ}}$ $\perp$ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ و يقع في المستوى س ، $\overleftrightarrow{\text{جـء}}$ $\perp$ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$

و يقع في المستوى ص

∴ ∠ ء جـ هـ هي زاوية مستوية لإحدى الزوايا الزوجية الناتجة عن تقاطع س ، ص

∵ ق (∠ ء جـ هـ) = °٩٠

∴ ص $\perp$ س

ملاحظات هامة :

(١) لاثبات ان ثلاث نقط تقع على استقامة واحدة في الفراغ: نثبت ان النقط الثلاث تقع في مستويين مختلفين وبالتالي تنتمي الي خط تقاطعهما.

(٢) لاثبات أن مستقيم يوازي أخر في الفراغ : نثبت احدي الحالات الاتية:

- ✓ المستقيمان غير متقاطعين ويقعان في مستوي واحد.
- ✓ كلاهما يوازي مستقيما ثالثا في الفراغ.
- ✓ يقعان في مستوي واحد واحدهما يوازي مستوي يحتوي الاخر.
- ✓ كلاهما خط تقاطع لمستويين متوازيين .
- ✓ المستقيمان عمودان علي مستقيم ثالث ويقعان في مستوي واحد.
- ✓ المستقيمان عمودان على مستوي واحد .

(٣) لاثبات ان مستقيم يوازي مستوي في الفراغ :نثبت ان المستقيم يوازي مستقيما يقع في المستوي

(٤) لاثبات ان مستويين متوازيان في الفراغ

- ✓ أحدهما يحتوي علي مستقيمين متقاطعين يوازيان مستقيمين متقاطعين في المستوي الاخر
- ✓ كلاهما عمودي على مستقيم واحد

(٥) لاثبات ان مستقيم عمودي علي مستوي في الفراغ نثبت احدي الحالات التالية:

- ✓ المستقيم عمودي علي مستقيمين غير متوازيين في المستوي.
- ✓ المستقيم يقع في مستوي أخر عمودي علي المستوي الاول والمستقيم عمودي علي خط تقاطع المستويين.
- ✓ المستقيم هو خط تقاطع مستويين عموديين علي المستوي الاول.
- ✓ المستقيم هو الثالث للمائل ومسقطع والمستوي هو مستوي الاسقاط.

(٦) لاثبات ان مستقيمان متعامدن :

إذا كان المستقيمان متخالفين

- ✓ أحد المستقيمين عموديا علي مستوي يحتوي المستقيم الأخر
- ✓ أحد المستقيمين يوازي مستقيم عمودي علي الاخر

إذا كان المستقيمان في مستوي واحد

- ✓ أحد المستقيمين هو الثالث للمائل ومسقطه والمستقيم الاخر هو المسقط أو المائل
- ✓ أحد حالات التعامد في الهندسة المستوية "مثلث قائم" "عكس فيثا غورث" "متوسط = نصف طول الضلع المقابل لزاويه رأسه" "متوسط مرسوم من رأس المثلث المتساوي الساقين " "النسب المثلثية"

(٧) لاثبات تعامد مستويين في الفراغ

- ✓ قياس احدي زواياهما الزوجية قائمة.
- ✓ أحد المستويين يحتوي مستقيم عمودي علي المستوي الأخر

(٨) تذكر دائما ان المستقيم المائل ومسقطه يعينان الزاوية المستوية للزاوية الزوجية

MR: AHMED RABiE

مع أطيب التمنيات بالنجاح والتوفيق

أعداد م/ أحمد ربيع ٠١١٥٢٦٢٨٧٢٩