



الوحدة الأولى

- ✓ مجموعة الأعداد النسبية
- ✓ مقارنة وترتيب الأعداد النسبية
- ✓ جمع الأعداد النسبية
- ✓ طرح الأعداد النسبية
- ✓ ضرب الأعداد النسبية
- ✓ قسمة الأعداد النسبية
- ✓ تطبيقات على الأعداد النسبية



مجموعة الأعداد النسبية

تعريف العدد النسبي :

هو العدد الذي يمكن وضعه على صورة $\frac{p}{b}$ بحيث p عدد صحيح ، b عدد صحيح لا يساوي الصفر

أمثلة على الأعداد النسبية :-

$\frac{2}{7}$ ، $-\frac{3}{5}$ ، $\frac{\text{صفر}}{7}$ ، $\frac{2}{3}$ ، ٤ ، $٠,٢٥$ ، ١٥% ، ٨ ، $\frac{٦}{١}$ ، صفر ، -٩

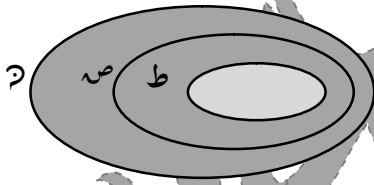
أي أنه يمكن التعبير عن مجموعة الأعداد النسبية رياضيا كالتالي :

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{b} : p, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

نلاحظ مما سبق أن :

← الأعداد الطبيعية جزئية من مجموعة الأعداد النسبية .

← الأعداد الصحيحة جزئية من مجموعة الأعداد النسبية .



أي أن : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

ملاحظات هامة

١ كل عدد صحيح هو عدد نسبي مقامه الواحد الصحيح مثل : $\frac{٥}{١} = ٥$ ، $\frac{٧}{١} = ٧$ ،
العدد النسبي $\frac{p}{b}$ يعبر عن عدد صحيح إذا كان p يقبل القسمة على b مثل : $\frac{٢٠}{٥} = ٤$

٢ العدد $\frac{p}{b}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كانت $b \neq \text{صفر}$

٣ العدد $\frac{p}{b}$ يعبر عن العدد صفر إذا كانت $p = \text{صفر}$

مثال (١): أكتب الشرط اللازم لتكون الأعداد الآتية أعدادا نسبية :

$$(١) \quad \frac{1}{s-5} \Leftarrow s \neq 5$$

$$(٢) \quad \frac{s}{s+2} \Leftarrow s \neq 2$$

$$(٣) \quad \frac{1}{s} \Leftarrow s \neq \text{صفر}$$

$$(٤) \quad \frac{3}{s-2} \Leftarrow s \neq \text{صفر}$$

مثال (٢): أكتب الشرط اللازم لتكون الأعداد الآتية تساوي صفر :

$$(١) \quad \frac{s}{s+2} \Leftarrow s = \text{صفر}$$

$$(٢) \quad \frac{6-s^3}{s+2} \Leftarrow s = 2$$

$$(٣) \quad \frac{1-s}{1+s} \Leftarrow s = 1$$

الأشكال المختلفة للعدد النسبي

خاصية هامة:

قيمة العدد النسبي لا تتغير بالضرب أو القسمة على نفس العدد بشرط أن هذا العدد لا يساوي صفر

$$\text{فمثلاً :-} \quad \frac{10}{15} = \frac{5 \times 2}{5 \times 3} = \frac{2}{3}, \quad \frac{6}{7} = \frac{2 \div 12}{2 \div 14} = \frac{12}{14}$$

كتابة العدد النسبي في أبسط صورة :-

لوضع العدد النسبي في أبسط صورة نتبع الآتي :

(١) نجعل المقام عدد موجبا

(٢) نقسم كلا من البسط والمقام على العامل المشترك الأعلى بينهما

مثال (١): ضع كلا من الأعداد الآتية في أبسط صورة :

$$(٢) \quad \frac{3-}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20-}$$

$$(١) \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \times 4}{4 \times 4} = \frac{12}{16}$$

كتابة العدد النسبي علي صورة عدد عشري منته :-

هو كسر عشري يوجد به عدد محدود من الأرقام بعد العلامة العشرية

لكتابة العدد النسبي على هذه الصورة نجعل المقام ١٠ أو ١٠٠ أو ١٠٠٠ وهكذا أي انه : (نصف المقام)

فمثلاً :- $٠.٤ = \frac{٤}{١٠} = \frac{٢ \times ٢}{٢ \times ٥} = \frac{٢}{٥}$ ، $٢.٢٨ = ٢ \frac{٢}{١٠} = ٢ \frac{٢}{٥}$

كتابة العدد النسبي علي صورة نسبة مئوية :-

هو الكسر الذي يحتوي على علامة النسبة المئوية (%)

لكتابة العدد على هذه الصورة نجعل المقام ١٠٠

فمثلاً :- $٥٥\% = \frac{٥٥}{١٠٠} = \frac{٥ \times ١١}{٥ \times ٢٠} = \frac{١١}{٢٠}$

طريقه أخرى $٥٥\% = \frac{١٠٠ \times \frac{١١}{٢٠}}{١٠٠} = \frac{١١}{٢٠}$ (بالضرب والقسمه في نفس الوقت ÷ ١٠٠)

كتابة العدد النسبي علي صورة عدد عشري غير منته (عدد دائري) :-

هو كسر بعد علامته العشرية عدد محدود من الأرقام المكررة مثل ١,٣٣٣٣٣٣ وقد اتفق على أن الأعداد المكررة تكتب مرة واحدة وفوقها نقطة أي أن :

١,٣٣٣٣٣٣ تكتب ١,٣̇ وتقرأ ١,٣ دائر حيث أن النقطة تعني أن العدد دائر

$\frac{٤}{٣} = \frac{١٢}{٩} = \frac{١-١٣}{٩} = ١,٣̇ = ١,٣٣٣٣٣٣٣٣ \dots \leftarrow$

$\frac{١٣٤}{٩٩} = \frac{١-١٣٥}{٩٩} = ١,٣٥̇ = ١,٣٥٣٥٣٥٣٥٣ \dots \leftarrow$

$\dots = ١,٢٥̇٤ = ١,٢٥٤٢٥٤٢٥٤٢٥٤ \dots \leftarrow$

ونلاحظ أنه إذا تكرر أكثر من عددين فإنه توضع نقطة أعلى أول وآخر الأعداد المكررة

مع أرق الأمنيات بالتفوق الباهر

أ/ محمد محمود

مدرس الرياضيات

أمثلة متنوعة

ضع في صورة عدد نسبي $(\frac{p}{q})$:-

$$\frac{6}{9} = 0,6 \quad (2)$$

$$\frac{3}{10} = \frac{30}{100} = \% 30 \quad (4)$$

$$\frac{\text{صفر}}{1} = \text{صفر} \quad (6)$$

$$\frac{7}{6} = |\frac{7}{6} - 1| = |3\frac{1}{6} - 1| \quad (1)$$

$$\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0,75 \quad (3)$$

$$\frac{27}{50} = \frac{54}{100} = 0,54 \quad (5)$$

بين أيًا من الأعداد الآتية يعبر عن عدد نسبي وأيها لا يعبر عن عدد نسبي :-

$$\frac{3}{5} \quad (1) \quad \frac{4}{7} \quad (2) \quad 9 \quad (3) \quad \frac{\text{صفر}}{3} \quad (4) \quad \frac{5}{\text{صفر}} \quad (5)$$

الحل

(1) العدد $\frac{3}{5}$ عدد نسبي لأن بسطه ومقامه أعداد صحيحة ومقامه لا يساوي صفر(2) العدد $\frac{4}{7}$ عدد نسبي لأن بسطه ومقامه أعداد صحيحة ومقامه لا يساوي صفر

(3) العدد 9 عدد نسبي لأن بسطه ومقامه أعداد صحيحة ومقامه لا يساوي صفر

(4) العدد $\frac{\text{صفر}}{3}$ عدد نسبي لأن بسطه ومقامه أعداد صحيحة ومقامه لا يساوي صفر(5) العدد $\frac{5}{\text{صفر}}$ عدد غير نسبي لأن بسطه ومقامه أعداد صحيحة ولكن مقامه يساوي صفر

أكمل ما يأتي

(1) العدد $\frac{3}{2-s}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كانت $s \neq 2$ (2) العدد $\frac{3}{s+2}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كانت $s \neq -2$ (3) العدد $\frac{5}{s}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كانت $s \neq \text{صفر}$ (4) العدد $\frac{7}{s^5}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كانت $s \neq \text{صفر}$ (5) العدد $\frac{4}{s^2-3}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كانت $s \neq \pm\sqrt{3}$ (6) العدد $\frac{4}{s^2+3}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كانت $s \neq \pm\sqrt{3}$ (7) العدد $\frac{5}{s-s}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كانت $s \neq \text{ص}$ (8) العدد $\frac{5}{s+s}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كانت $s \neq -\text{ص}$

تمارين على مجموعة الأعداد النسبية

[١] بين أيًا من الأعداد الآتية نسبي وأيها غير نسبي :-

- ١- العدد $\frac{7}{5}$ (عدد)
 ٢- العدد $\frac{4}{3}$ (عدد)
 ٣- العدد $\frac{5}{7}$ (عدد)
 ٤- العدد $\frac{\text{صفر}}{4}$ (عدد)
 ٥- العدد ٧ (عدد)
 ٦- العدد $2\frac{1}{5}$ (عدد)
 ٧- العدد ٥ (عدد)
 ٨- العدد صفر (عدد)
 ٩- العدد $\frac{3}{\text{صفر}}$ (عدد)
 ١٠- العدد $\frac{4}{3}$ (عدد)
 ١١- العدد ٠,٦ (عدد)
 ١٢- العدد $\frac{5}{س}$ ، س ص* (عدد)

[٢] اكتب كلاً من الأعداد الآتية علي الصورة $(\frac{أ}{ب})$:-

- ٥ - ، ٠,٧٥ ، ٤٠% ، -٠,١ ، ٣,٢ ، $8\frac{2}{3}$ ، ٠,٠٩

[٣] ضع كلا من الأعداد الآتية في أبسط صورة :-

- $\frac{132}{88}$ ، $\frac{45}{20}$ ، $\frac{24}{56}$ ، $\frac{15}{25}$

[٤] بين أي من الأعداد الآتية موجب وأيها سالب أو غير ذلك ؟

- $\frac{6}{7}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{\text{صفر}}{9}$ ، $\frac{4}{7}$ ، $|\frac{7}{9}|$ ، $(-3)^2$ ، $\frac{4}{7}$ ، $\frac{5}{3}$

[٥] أكمل ما يأتي :-

- ١- العدد $\frac{5}{س-3}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كان س $\neq$
 ٢- العدد $\frac{4}{س+3}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كان س $\neq$
 ٣- العدد $\frac{1}{س^2-8}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كان س $\neq$
 ٤- العدد $\frac{4}{س^3+6}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كان س $\neq$
 ٥- العدد $\frac{5}{س}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كان س $\neq$

٦- العدد $\frac{٧}{٥ - س}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كان $س \neq \dots$

٧- العدد $\frac{٥}{س٤}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كان $س \neq \dots$

٩- العدد $\frac{٢ - س}{س + ٤}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كان $س \neq \dots$

١٠- العدد $\frac{٣ + س}{س - ٢}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كان $س \neq \dots$

١١- العدد $\frac{٢ + س}{س}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كان $س \neq \dots$

١٢- العدد $\frac{٢ - س}{٥}$ يساوي صفر إذا كانت $س = \dots$

١٣- العدد $\frac{١ + س}{٤}$ يساوي صفر إذا كانت $س = \dots$

١٤- العدد $\frac{٢س + ٤}{٣}$ يساوي صفر إذا كانت $س = \dots$

١٥- العدد $\frac{٥س}{٤}$ يساوي صفر إذا كانت $س = \dots$

١٦- العدد $\frac{١ - س}{س}$ يساوي صفر إذا كانت $س = \dots$

١٧- العدد $\frac{س}{س - ٥}$ يساوي صفر إذا كانت $س = \dots$

١٨- العدد $\frac{س٢}{س - ٣}$ يساوي صفر إذا كانت $س = \dots$

١٩- العدد $\frac{١٥ - س٣}{س + ٢}$ يساوي صفر إذا كانت $س = \dots$

٢٠- العدد $\frac{س - ٤}{س + ٣}$ يساوي صفر إذا كانت $س = \dots$



بالنجاح والتوفيق

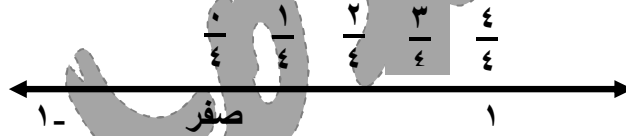
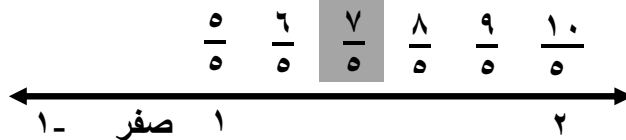
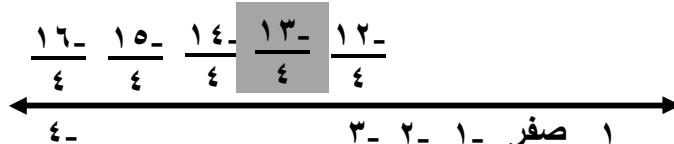
مقارنة وترتيب الأعداد النسبية

الدرس الثاني

أولاً: تمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد :-

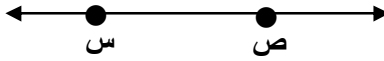
ظلي بالك

- ✓ الأعداد النسبية الموجبة تمثل بنقط تقع على يمين العدد صفر
- ✓ الأعداد النسبية السالبة تمثل بنقط تقع على يسار العدد صفر
- ✓ الأعداد النسبية المتساوية تمثل بنقطة واحدة على خط الأعداد
- ✓ قبل تمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد يجب وضعها في أبسط صورة

مثال (١) :- مثل العدد النسبي $\frac{3}{4}$ على خط الأعداد ؟العدد النسبي $\frac{3}{4}$ محصورين صفر ، ١مثال (٢) :- مثل العدد النسبي $1\frac{2}{5}$ على خط الأعداد ؟العدد النسبي $1\frac{2}{5}$ محصورين ١ ، ٢مثال (٣) :- مثل العدد النسبي $-\frac{13}{4}$ على خط الأعداد ؟العدد النسبي $-\frac{13}{4} = -3\frac{1}{4}$ محصورين -٣ ، -٤

ثانياً: مقارنة وترتيب الأعداد النسبية :-

إذا كانت النقطة التي تمثل العدد س تقع على يسار النقطة التي تمثل العدد ص على خط الأعداد كما بالشكل المقابل فإن: س < ص ، أ ، ص < س



لذا للمقارنة بين أي عددين يجب توحيد مقاميها ونقارن بسطيها أو العكس نوحدها بسطيها ونقارن بين مقاميها ولكن الأفضل توحيد المقامات والمقارنة بين البسطين.

كالمقارنة بين العددين $\frac{3}{4}$ ، $\frac{4}{5}$

نوحدها المقامات ٤ ، ٥ وذلك بإيجاد المضاعف المشترك الأصغر لهما وهو $20 = 5 \times 4$

$$\frac{15}{20} = \frac{3}{4} ، \frac{16}{20} = \frac{4}{5} ، \frac{15}{20} < \frac{16}{20} \therefore \frac{3}{4} < \frac{4}{5}$$

$$\therefore \frac{3}{4} < \frac{4}{5}$$

قارن بين العددين $\frac{2}{3}$ ، $\frac{3}{4}$ ؟

نوحدها المقامات على ١٢ $12 = 3 \times 4$

$$\frac{9}{12} = \frac{4 \times 2}{4 \times 3} = \frac{2}{3} ،$$

$$\frac{9}{12} = \frac{3 \times 3}{3 \times 4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{3} < \frac{3}{4} \therefore$$

$$\frac{9}{12} < \frac{9}{12} \therefore$$

رتب الأعداد التالية تصاعدياً : $\frac{2}{3}$ ، $\frac{7}{12}$ ، $\frac{5}{8}$ ، $\frac{3}{4}$ ؟

$$\therefore 24 = 3 \times 8$$

$$\frac{15}{24} = \frac{3 \times 5}{3 \times 8} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{18}{24} = \frac{6 \times 3}{6 \times 4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{16}{24} = \frac{8 \times 2}{8 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{14}{24} = \frac{2 \times 7}{2 \times 12} = \frac{7}{12}$$

$$\therefore \frac{18}{24} > \frac{16}{24} > \frac{14}{24} > \frac{15}{24}$$

∴ الترتيب التصاعدي هو $\frac{5}{8}$ ، $\frac{7}{12}$ ، $\frac{2}{3}$ ، $\frac{3}{4}$

كثافة الأعداد النسبية

تتمتع مجموعة الأعداد النسبية بخاصية الكثافة لأن بين كل عددين نسبيين يوجد عدد لا نهائي من الأعداد النسبية المحصورة بينهما .

* فكلما تم تكبير المقام لعددين نسبيين كلما ظهرت بينهما أرقام أخرى لم تكن ملاحظة في الحالة

الأولى فمثلا العددين $\frac{2}{5}$ ، $\frac{3}{5}$ إذا سألت طالب ما هو العدد المحصور بين هذين العددين سيقول لك لا يوجد بينهما أعداد لأن الرقم ٢ الرقم التالي له = ٣ ولكن إذا تم تكبير المقام بضرب حدى العددين في عدد

مثل ٢ سنجد أن العددين أصبحا $\frac{4}{10}$ ، $\frac{6}{10}$ فمن الواضح أن هذان العددين بينهما عدد هو $\frac{5}{10}$ وعند ضرب حدى العددين في ٣ نجد أن العددين أصبحا $\frac{6}{15}$ ، $\frac{9}{15}$ وهما يحصران بينهما عددين هما $\frac{7}{15}$ ، $\frac{8}{15}$ وهكذا نجد كلما تم تكبير المقام نجد أنه تظهر أعداد كثيرة بين كل عددين نسبيين .

(١) وهى أن العدد النسبي يمكن كتابته في أكثر من صورة كالتالي :

$$\frac{9}{12} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{4} \quad \frac{7}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{2} = \frac{3}{4}$$

$$\text{وهكذا} \dots\dots\dots \frac{12}{16} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{4} = \frac{3}{4}$$

(٢) أى عددين نسبيين يوجد بينهما عدد لا نهائي من الأعداد النسبية كما سنرى فيما بعد .

مثال (١) :- أوجد ثلاثة أعداد نسبية تقع بين $\frac{1}{2}$ ، $\frac{5}{7}$ ؟ $1.2.3 = 14$

$$\frac{100}{140} = \frac{10}{14} = \frac{7 \times 1}{8 \times 2} = \frac{5}{7} \quad \frac{70}{140} = \frac{7}{14} = \frac{7 \times 1}{8 \times 2} = \frac{1}{2}$$

∴ الأعداد هي $\left\{ \frac{73}{140} , \frac{72}{140} , \frac{71}{140} \right\}$

مثال (٢) :- أوجد عددين نسيان يقعان بين $\frac{3}{4}$ ، $\frac{5}{6}$ ؟ $1.2.3 = 12$

$$\frac{30}{36} = \frac{10}{12} = \frac{2 \times 5}{2 \times 6} = \frac{5}{6} \quad \frac{27}{36} = \frac{9}{12} = \frac{3 \times 3}{3 \times 4} = \frac{3}{4}$$

∴ الأعداد هي $\left\{ \frac{29}{36} , \frac{28}{36} \right\}$

ضربنا في ٣
لنوجد عددين

تمارين على مقارنة وترتيب الأعداد النسبية

[١] مثل على خط الأعداد كلا من الأعداد النسبية الآتية :-

$\frac{23}{5}$ (٤)

$\frac{1}{2}$ (٣)

$\frac{11}{3}$ (٢)

$\frac{2}{5}$ (١)

$\frac{17}{4}$ (٨)

$\frac{10}{3}$ (٧)

$\frac{17}{5}$ (٦)

$\frac{13}{4}$ (٥)

0.4 (١٢)

$3\frac{2}{5}$ (١١)

$2\frac{1}{4}$ (١٠)

$1\frac{1}{3}$ (٩)

[٢] رتب تنازلياً كلا من الأعداد النسبية الآتية :-

$\frac{4}{15}$ ، $\frac{1}{5}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{7}{30}$ ، $\frac{3}{10}$

[٣] رتب تصاعدياً كلا من الأعداد النسبية الآتية :-

$\frac{2}{3}$ ، $\frac{7}{12}$ ، $\frac{5}{8}$ ، $\frac{3}{4}$

[٤] اكتب عددين نسبيين يقعان بين :-

$\frac{3}{5}$ ، ٣

$\frac{2}{3}$ ، $\frac{3}{4}$

$\frac{4}{5}$ ، $\frac{1}{2}$

[٥] قارن بين كلا من :-

$\frac{3}{4}$ ، $4\frac{1}{2}$

$\frac{3}{2}$ ، $\frac{5}{7}$

$\frac{2}{3}$ ، $\frac{1}{4}$

جمع وطرح الأعداد النسبية



الدرس الثالث

عملية الجمع :

جمع عددين نسبيين:-

(١) جمع عددين نسبيين متحدى المقام :-

$$\text{إذا كان } \frac{p}{b}, \frac{q}{b} \ni \text{ فإن: } \frac{p+q}{b} = \frac{p}{b} + \frac{q}{b}$$

مثال:

$$\frac{12}{17} = \frac{7+5}{17} = \frac{7}{17} + \frac{5}{17}$$

$$\frac{8}{11} = \frac{5+3}{11} = \frac{5}{11} + \frac{3}{11}$$

(٢) جمع عددين غير متحدى المقام :-

إذا كان $\frac{p}{b}, \frac{q}{s} \ni$ فإن :

$$\frac{p \times s + q \times b}{s \times b} = \frac{p}{s} + \frac{q}{b}$$

مثال:

$$\frac{31}{20} = \frac{16+15}{20} = \frac{4 \times 4 + 5 \times 3}{5 \times 4} = \frac{4}{5} + \frac{3}{4}$$

$$\frac{2-}{21} = \frac{12+14-}{21} = \frac{4 \times 3 + 7 \times 2-}{7 \times 3} = \frac{4}{7} + \frac{2-}{3}$$

$$1 \frac{1}{20} = (2 \frac{4}{20} -) + 3 \frac{5}{20} = (2 \frac{1}{5} -) + 3 \frac{1}{4}$$

خواص عملية الجمع في $\mathbb{Q}$:

(١) خاصية الانغلاق :- مجموع أي عددين نسبيين هو عدد نسبي

فإذا كان $\frac{1}{b}, \frac{a}{s} \in \mathbb{Q}$ فإن: $\frac{a}{s} + \frac{1}{b} \in \mathbb{Q}$ كـ مثال: $\frac{3}{4} \in \mathbb{Q}, \frac{5}{6} \in \mathbb{Q}$ وكذلك $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{10+9}{12} = \frac{19}{12} \in \mathbb{Q}$

(٢) خاصية الإبدال :- الإبدال لا يؤثر على ناتج الجمع

فإذا كان $\frac{1}{b}, \frac{a}{s} \in \mathbb{Q}$ فإن: $\frac{1}{b} + \frac{a}{s} = \frac{a}{s} + \frac{1}{b}$ كـ مثال: $\frac{3}{4} \in \mathbb{Q}, \frac{5}{6} \in \mathbb{Q}$ فإن: $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{10+9}{12} = \frac{19}{12}$ ، $\frac{5}{6} + \frac{3}{4} = \frac{10+9}{12} = \frac{19}{12}$

(٣) خاصية الدمج أو (التجميع) :-

عند جمع ثلاثة أعداد يمكن جمع عددين ثم جمع الناتج مع العدد الثالث

فإذا كان $\frac{1}{b}, \frac{a}{s}, \frac{h}{u} \in \mathbb{Q}$ فإن: $\{\frac{a}{s} + \frac{h}{u}\} + \frac{1}{b} = \frac{h}{u} + \{\frac{a}{s} + \frac{1}{b}\}$ كـ مثال: فإذا كان $\frac{2}{11}, \frac{5}{11}, \frac{3}{11} \in \mathbb{Q}$ فإن:

(١) $\frac{10}{11} = \frac{2}{11} + \frac{8}{11} = \frac{2}{11} + \{\frac{5}{11} + \frac{3}{11}\}$

(٢) $\frac{10}{11} = \frac{7}{11} + \frac{3}{11} = \{\frac{2}{11} + \frac{5}{11}\} + \frac{3}{11}$

(٤) العنصر المحايد الجمعي :- عند إضافة الصفر لأي عدد نسبي لا تتغير قيمة هذا العدد

مثال: $\frac{1}{p} + \text{صفر} = \frac{1}{p} \in \mathbb{Q}$ أي أنه يوجد للأعداد النسبية محايد جمعي وهو الصفر

(٥) المعكوس الجمعي :- لأي عدد هو نفس العدد ولكن بإشارة مختلفة

كـ يسمى $-\frac{1}{b}$ بالمعكوس الجمعي للعدد $\frac{1}{b}$

مثال العدد: معكوسه الجمعي

$$\begin{array}{ccc} \frac{3}{4} & : & -\frac{3}{4} \\ \frac{3}{5} & : & -\frac{3}{5} \end{array}$$

ظلي بالك :

الصفر معكوسه الجمعي هو نفسه الصفر

ثانياً: عملية الطرح

عملية الطرح تطبق بنفس قواعد الجمع

مثال: أوجد ناتج ما يأتي فى أبسط صورة:-

$$\frac{1-}{20} = \frac{16-10}{20} = \frac{4 \times 4 - 5 \times 3}{5 \times 4} = \frac{4}{5} - \frac{3}{4}$$

$$\frac{2-}{15} = \frac{12-10}{15} = \frac{4 \times 3 - 5 \times 2}{5 \times 3} = \frac{4}{5} - \frac{2}{3}$$

$$\frac{7-}{6} = \frac{21-14}{6} = \frac{7 \times 3 - 2 \times 7}{2 \times 3} = 3 \frac{1}{2} - 2 \frac{1}{3}$$

خواص عملية الطرح فى ٥:-

- (١) عملية الطرح فى ٥ عملية ليست إبدالية
- (٢) عملية طرّح فى ٥ مغلقة
- (٣) عملية الطرح فى ٥ ليست دامتجة
- (٤) لا يوجد محايد بالنسبة لعملية الطرح وبالتالي لا يوجد معكوسات بالنسبة لعملية الطرح فى ٥

مثال: أوجد ناتج العمليات الآتية:

$$\frac{1}{8} + \frac{7}{10} + \frac{3}{4} - \frac{3}{5} \quad (٣)$$

$$\frac{5}{12} + \frac{1}{8} - \frac{2}{3} \quad (٢)$$

$$\frac{3}{6} + \frac{5}{4} - \frac{7}{12} \quad (١)$$

الحل

(١) نوجد أولا المضاعف المشترك الأصغر للمقامات ١٢، ٤، ٦ وهو ١٢. ك.ك. = ١٢ نوجد المقامات على ١٢

$$\frac{1-}{6} = \frac{2-}{12} = \frac{6+10-7}{12} = \frac{3}{6} + \frac{5}{4} - \frac{7}{12} \quad \therefore$$

(٢) ك.ك.ك. للمقامات ١٢، ٨، ٣ = ٢٤

$$\frac{23}{24} = \frac{10+3-16}{24} = \frac{5}{12} + \frac{1}{8} - \frac{2}{3}$$

(٣) ك.ك.ك. للمقامات ٥، ٤، ١٠، ٨ = ٤٠

$$\frac{19}{40} = \frac{5+28+30-16}{40} = \frac{1}{8} + \frac{7}{10} + \frac{3}{4} - \frac{2}{5}$$

تمارين على جمع وطرح الأعداد النسبية

(١) أكمل الجدول التالي :

العدد	المعكوس الجمعي	العدد	المعكوس الجمعي
$\frac{2}{7}$		$\frac{4}{5}$	
$\frac{3}{5}$		٣	
٧-		١-	
صفر		$\frac{2}{3}$ -	
١		$\frac{1}{5}$	

[٢] احسب قيمه كلاً مما يأتي في أبسط صورة :

$$\begin{aligned}
 (١٠) \quad & 2\frac{1}{2} - 2\frac{2}{5} \\
 (١١) \quad & 3\frac{1}{3} - 5 \\
 (١٢) \quad & 3\frac{1}{7} + 2\frac{1}{5} \\
 (١٣) \quad & 2\frac{2}{3} + 1 \\
 (١٤) \quad & \frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \\
 (١٥) \quad & 2\frac{3}{8} + \frac{1}{4} \\
 (١٦) \quad & 13\frac{3}{7} + 2 - \\
 (١٧) \quad & 2\frac{3}{8} + 15\frac{1}{2} - \\
 (١٨) \quad & \frac{3}{15} - \frac{1}{5} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (١) \quad & \frac{7}{4} + \frac{3}{4} \\
 (٢) \quad & \frac{5}{7} + \frac{1}{7} \\
 (٣) \quad & \frac{2}{5} + \frac{6}{5} + \frac{1}{5} \\
 (٤) \quad & \frac{25}{8} + \frac{1}{4} \\
 (٥) \quad & \frac{2}{3} - \frac{1}{5} \\
 (٦) \quad & (\frac{2}{5} -) - \frac{3}{7} \\
 (٧) \quad & (\frac{2}{5} -) + \frac{3}{10} - \\
 (٨) \quad & 3\frac{1}{6} - 6\frac{2}{3} \\
 (٩) \quad & \frac{1}{4} + 50\%
 \end{aligned}$$



ضرب وقسمة الأعداد النسبية

عملية الضرب :

ضرب عددين نسبيين:-

إذا كان $\frac{ج}{ب}$ ، $\frac{د}{س} \ni \frac{ج}{س}$ فإن :

$$\frac{ج \times د}{س \times ب} = \frac{ج}{س} \times \frac{د}{ب}$$

مثال :- أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

$$\frac{5}{18} = \frac{5 \times 1}{2 \times 9} = \frac{5}{2} \times \frac{1}{9}$$

$$\frac{15}{28} = \frac{5 \times 3}{7 \times 4} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{4}$$

إذا كان $\frac{ج}{ب}$ ، $\frac{د}{س} \ni \frac{ج}{ب}$ فإن :

$$\frac{ج \times د}{ب \times س} = \frac{ج}{ب} \times \frac{د}{س}$$

مثال :- أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

$$\frac{14}{25} = \frac{7 \times 2}{5 \times 5}$$

$$= \frac{7}{5} \times \frac{2}{5} , \frac{15}{16} = \frac{5 \times 3}{4 \times 4} = \frac{5}{4} \times \frac{3}{4}$$

$$\frac{7}{5} = \frac{7}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{2}}{5} = 3 \frac{1}{2} \times \frac{2}{5}$$

قاعدة الإشارات في الضرب

+	=	+	×	+
-	=	-	×	+
-	=	+	×	-
+	=	-	×	-

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{36} = \frac{2 \times 3}{9 \times 4} = \frac{2}{9} \times \frac{3}{4}$$

$$\left(\frac{19}{6} - \right) \times \frac{3}{7} - = \left(3 \frac{1}{6} - \right) \times 4 \frac{2}{7} -$$

$$\frac{95}{7} = \left(\frac{19}{1} - \right) \times \frac{5}{7} - =$$

خواص عملية الضرب في ٥:-**(١) خاصية الانغلاق :-** ضرب أي عددين نسبيين هو عدد نسبيفإذا كان $\frac{1}{5}, \frac{3}{5} \in \mathbb{Q}$ فإن: $\frac{1}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{25} \in \mathbb{Q}$ كذلك $\frac{5}{8} \in \mathbb{Q}, \frac{3}{4} \in \mathbb{Q}$ مثال: $\frac{5}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{5}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{8} \in \mathbb{Q}$ **(٢) خاصية الإبدال :-** الإبدال لا يؤثر على ناتج الضربفإذا كان $\frac{1}{5}, \frac{3}{5} \in \mathbb{Q}$ فإن: $\frac{1}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{5}$ كذلك مثال: $\frac{5}{8} \in \mathbb{Q}, \frac{3}{4} \in \mathbb{Q}$ ، $\frac{5}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{8} = \frac{15}{32}$ ، $\frac{5}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8}$ **(٣) خاصية الدمج أو (التجميع) :-**

عند ضرب ثلاثة أعداد يمكن ضرب عددين ثم ضرب الناتج مع العدد الثالث

فإذا كان $\frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8} \in \mathbb{Q}$ فإن: $\left\{ \frac{1}{5} \times \frac{3}{5} \right\} \times \frac{5}{8} = \frac{1}{5} \times \left\{ \frac{3}{5} \times \frac{5}{8} \right\}$ كذلك مثال: إذا كان $\frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{3}{5} \in \mathbb{Q}$ فإن: $\left\{ \frac{3}{4} \times \frac{5}{8} \right\} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{4} \times \left\{ \frac{5}{8} \times \frac{3}{5} \right\}$

$$(١) \quad 1 = \frac{1}{1} = \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} = \left\{ \frac{5}{3} \times \frac{4}{5} \right\} \times \frac{3}{4}$$

$$(٢) \quad 1 = \frac{1}{1} = \frac{5}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{5}{3} \times \left\{ \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \right\}$$

(٤) العنصر المحايد الضربي :- عند الضرب ($1 \times$) لا تتغير قيمة هذا العددكذلك مثال: $\frac{5}{7} = 1 \times \frac{5}{7}$ أي أنه يوجد للأعداد النسبية محايد ضربي وهو الواحد**(٥) المعكوس الضربي :-** المعكوس الضربي هو مقلوب العدديسمى $\frac{1}{b}$ بالمعكوس الجمعي للعدد $\frac{1}{a}$ كذلك مثال العدد $\frac{3}{4}$ معكوسه الضربي $\frac{4}{3}$ العدد $-\frac{3}{5}$ معكوسه الضربي $-\frac{5}{3}$ **(٦) توزيع الضرب على الجمع والطرح :-**

يمكن توزيع الضرب على الجمع من اليمين لليساو وكذلك الطرح ايضا.

مثال: $5 = 7 \times \frac{5}{7} = (4+3) \times \frac{5}{7} = 4 \times \frac{5}{7} + 3 \times \frac{5}{7}$

(نأخذ من المكرر واحدة ونضع الباقي داخل القوسين)

خلي بالك :

لا يوجد معكوس ضربي للعدد صفر في ٥

ثانياً: عملية القسمة

قسمة عددين نسبيين:-

إذا كان $\frac{p}{s}$ ، $\frac{a}{b}$ فإن :

$$\frac{s \times p}{a \times b} = \frac{s}{a} \times \frac{p}{b} = \frac{a}{s} \div \frac{b}{p}$$

مثال :-

$$\frac{15}{28} = \frac{5}{4} \times \frac{3}{7} = \frac{4}{5} \div \frac{3}{7}$$

$$\frac{21}{20} = \frac{7}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{4}{7} \div \frac{5}{3}$$

تدريبات أوجد نواتج عمليات القسمة الآتية :-

$$\dots\dots\dots = \frac{4}{5} \div \frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{15}{14} = \frac{5}{2} \times \frac{3}{7} = \frac{2}{5} \div \frac{3}{7} \quad (1)$$

$$\dots\dots\dots = \frac{1}{5} \div 1 \quad (4)$$

$$\dots\dots\dots = \frac{5}{2} \div \frac{7}{3} \quad (3)$$

خواص عملية القسمة في :-

(1) عملية القسمة في $\mathbb{Q}$ عملية ليست مغلقة

(2) عملية الضرب في $\mathbb{Q}$ ليست إبدالية

(3) عملية القسمة في $\mathbb{Q}$ ليست دمجية

(4) لا يوجد محايد بالنسبة لعملية القسمة وبالتالي لا يوجد معكوسات بالنسبة لعملية القسمة في $\mathbb{Q}$

قاعدة الإشارات في القسمة

+	=	+	÷	+
-	=	-	÷	+
-	=	+	÷	-
+	=	-	÷	-

تمارين على ضرب وقسمة الأعداد النسبية

(١) أكمل الجدول التالي :

العدد	المعكوس الضربي	العدد	المعكوس الضربي
$\frac{2}{7}$		$\frac{4}{5}$	
$\frac{3}{5}$		٣	
٧-		١-	
صفر		$\frac{3}{4}$ -	
١		$\frac{1}{5}$	

[٢] احسب قيمه كلاً مما يأتي في أبسط صورة :-

$$3\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{3} \quad (٩)$$

$$1\frac{1}{4} \times 2\frac{1}{5} \quad (١٠)$$

$$1\frac{3}{4} \times 1\frac{3}{5} \quad (١١)$$

$$3\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{5} \quad (١٢)$$

$$\frac{3}{5} \times ١- \quad (٥)$$

$$\frac{1}{7} \times ٢ \quad (٦)$$

$$\frac{3-}{4} \times ٣ \quad (٧)$$

$$\frac{3}{4} \times ٥ \quad (٨)$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \quad (١)$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{3-}{4} \quad (٢)$$

$$\frac{3}{2} \times \frac{3}{7} \quad (٣)$$

$$\frac{2-}{5} \times \frac{3-}{5} \quad (٤)$$

[٣] احسب قيمه كلاً مما يأتي في أبسط صورة :-

$$\dots\dots\dots = \frac{(\frac{3}{11})}{(\frac{2}{12})} \quad (٣)$$

$$\dots\dots\dots = \frac{(\frac{2}{3})}{(\frac{2}{3})} \quad (٦)$$

$$\dots\dots\dots = \frac{(\frac{3}{4})}{(\frac{5}{6})} \quad (٢)$$

$$\dots\dots\dots = \frac{٩}{(\frac{3}{4})} - \quad (٥)$$

$$\dots\dots\dots = \frac{(\frac{3}{4})}{5} \quad (١)$$

$$\dots\dots\dots = \frac{(\frac{5}{9})}{(\frac{7}{9})} \quad (٤)$$



تطبيقات علي الأعداد النسبية

المسافة بين عددين:-

العدد الذى يقع فى المسافة بين عددين

$$= \text{العدد الأصغر} + \text{المسافة} \times (\text{الأكبر} - \text{الأصغر})$$

كم أوجد العدد الذى يقع فى منتصف المسافة بين العددين $\frac{2}{3}$ ، $\frac{5}{6}$ ؟

الحل

أولاً: نحدد أصغرهما وأكبرهما (وذلك بتوحيد المقامات)

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \quad , \quad \frac{5}{6} = \frac{5}{6} \quad , \quad \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

أصغرهما $\frac{4}{6}$.

العدد الذى يقع فى منتصف المسافة بين العددين $\frac{2}{3}$ ، $\frac{5}{6}$ هو:

$$= \frac{1}{12} + \frac{4}{6} = \frac{1}{12} \times \frac{1}{2} + \frac{4}{6} = \left(\frac{4}{6} - \frac{5}{6}\right) \times \frac{1}{2} + \frac{4}{6} =$$

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12} = \frac{1+8}{12} = \frac{1}{12} + \frac{4}{6} =$$

كم أوجد العدد الذى يقع فى $\frac{1}{3}$ المسافة بين العددين $\frac{4}{5}$ ، $\frac{5}{6}$ ؟

الحل

$$\frac{25}{30} = \frac{5}{6} \quad , \quad \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$

نحدد أصغر العددين وهو $\frac{24}{30} = \frac{4}{5}$ لذا فإن:

العدد الذى يقع فى ثلث المسافة بين العددين هو:

$$\frac{23}{90} = \frac{49+72}{90} = \frac{49}{90} + \frac{24}{30} = \frac{49}{90} \times \frac{1}{3} + \frac{24}{30} = \left(\frac{24}{30} - \frac{25}{30}\right)$$

تدريبات :-

أوجد العدد الذى يقع فى $\frac{1}{5}$ المسافة بين العددين $\frac{2}{3}$ ، $\frac{3}{4}$ ؟

أوجد العدد الذى يقع فى منتصف المسافة بين العددين $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{5}$ ؟

الوحدة الثانية

- ✓ الحدود والمقادير الجبرية
- ✓ الحدود الجبرية المتتابة
- ✓ ضرب الحدود الجبرية وقسمتها
- ✓ جمع وطرح المقادير الجبرية
- ✓ ضرب حد جبري في مقدار جبري
- ✓ ضرب مقدار جبري مكون من حدين في مقدار جبري آخر
- ✓ قسمة مقدار جبري على حد جبري
- ✓ قسمة مقدار جبري على مقدار جبري آخر
- ✓ التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى

الحدود والمقادير الجبرية



الحد الجبري :

الحد الجبري : هو ما تكون من حاصل ضرب عاملين أو أكثر

الحد $٧س = ٧ \times س$ مكون من عاملين ٧ عامل عددي ، $س$ عامل جبري أو رمزي

الحد $٣س = ٣ \times س \times س$ مكون من ثلاث عوامل ٣ (عامل عددي) ، $س$ عامل جبري ، $س$ عامل جبري

درجة الحد الجبري : هي مجموع أسس عوامله الجبرية (الرمزية) المكونة له

الحد $(٧س)$ من الدرجة الأولى لأن أس العامل الجبري يساوي واحد

الحد $(٣س^٢)$ من الدرجة الثانية لأن أس العامل الجبري يساوي اثنين

الحد $(٥س ص)$ من الدرجة الثانية لأن مجموع أسس العوامل الرمزية $١ + ١ = ٢$

الحد $(٥س^٣)$ من الدرجة الثالثة لأن أس العامل الجبري يساوي ثلاثة

الحد $(٥س^٢ ص)$ من الدرجة الثالثة لأن مجموع أسس العوامل الرمزية $٢ + ١ = ٣$

ملاحظة هامة :-

✓ أي عدد يعتبر حداً جبرياً من الدرجة صفر

فمثلاً: العدد (٧) يعتبر حداً جبرياً من الدرجة صفر (لأنه يُعتبر $٧س$ صفر $٧ = ١ \times ٧$)

ثانياً: المقدار الجبري

المقدار الجبري :- هو ما تكون من حد جبري أو أكثر

فمثلاً: $٣س + ٤$ يسمى مقدار جبري مكون من حدين

$٣س - ٥$ يسمى مقدار جبري مكون من ثلاث حدود

درجة المقدار الجبري :- هي أعلى درجة للحدود المكونة له

المقدار $٣س + ٥$ من الدرجة الأولى [لأنه مكون من حدين الأول من الدرجة الأولى والثاني من الدرجة الصفرية]
فيكون المقدار تبعاً لدرجة الحد الأكبر .

المقدار $٣س + ٥س^٢$ من الدرجة الثانية [لأنه مكون من ثلاث حدود الأول من الدرجة الثانية والثاني من الدرجة الأولى والثالث من الدرجة الصفرية] فتكون المقدار تبعاً لدرجة الحد الأكبر ..

تمارين علي الحدود والمقادير الجبرية

(١) : أكمل الجدول التالي :-

الحد الجبري	المعامل	الدرجة
$-٢س ص^٢$		
$٣س ص$		
$س^٣ ص$		
-٧		
$٥س^٢ ص^٣$		
$ص$		

(٢) : أكمل الجدول التالي :

المقدار الجبري	أعلي حد فيه	الدرجة
$٢س^٤ + ٤س^٢ - ٢س$		
$٣س + ٥ص + ١$		
$٧س^٢ - ٢س ص^٣ + ١$		
$٢س^٢ ص + ٣س ص - ٤$		
$١ + ٣س$		

حسب أسس ٢ التازيية(٣) رتب المقدار $٥ + ٢س^٣ - ٣س^٢ + ٧$ حسب أسس ٢ التصاعديّة(٤) رتب المقدار $٥ + ٢س^٣ - ٣س^٢ + ٧ + ٤س$

الحدود الجبرية المتشابهة



الحدود الجبرية المتشابهة :

تتشابه الحدود إذا تشابهت الرموز الجبرية المكونة لها وتساوت فيها أسس هذه الرموز .

الحدان ٣٢ ، ٤٢ يعتبران حدان متشابهان لأنهما مكونان من نفس العامل الجبري ولهما نفس الدرجة .

الحدان ٣٢ ، ٤٢ حدود جبرية غير متشابهة لإختلافهما في الرموز الجبرية .

الحدود $٣٢س + ٣س - ٤س$ حدود جبرية غير متشابهة لإختلافهما في الأسس .

جمع وطرح الحدود الجبرية المتشابهة :

عند جمع أو طرح الحدود الجبرية المتشابهة فإننا نجمع أو نطرح معاملات الحدود أما العوامل

الجبرية (الرموز) تظل كما هي

$$٥س + ٣س = ٨س$$

$$٣س + ٤س = ٧س$$

$$٧س - ٣س = ٤س$$

$$٧س - ٢س = ٥س$$

ملاحظة هامة :-

✓ لا تجمع أو تطرح الحدود المختلفة مثل $٥س + ٣ص$ لا يمكن تبسيطها أكثر من ذلك

✓ $ص - ص = ص$ (خاصية الإبدال)

✓ أي حد جبري بدون معامل معاملته هو الواحد الصحيح

أجب عما يأتي:

اطرح $٥ص - ٧ص = ٢ص$

ما زيادة ٣٢ ب عن ٢٢ ب ٣٢ ب - ٢٢ ب = ١٠ ب

ما نقص ٣٢ ب عن ٢٢ ب ٣٢ ب - ٢٢ ب = ١٠ ب

٣٢ ب - ٢٢ ب + ٥٢ ب - ٦٢ ب = صفر

أوجد ناتج كل مما يأتي :-

$$٢٢ + ٣٢ + ٥٢ = ١٠٢$$

$$٢٢ - ٩٢ = -٧٢$$

$$٤٢ - ١١٢ = -٧٢$$

$$٢٢ص + ٣٢ص - ٥٢ص = ١٠٢ص$$

ملاحظة هامة :-

✓ اطرح من (اللى بعد كلمة من نبدأ بيه) (الحد الثاني - الحد الأول)

✓ ما نقص = باقى طرح (الحد الثاني - الحد الأول)

✓ ما زيادة = (الحد الأول - الحد الثاني)

اختصار المقدار الجبري :-

هو وضع المقدار فى أبسط صورة عن طريق جمع الحدود المتشابهة باستخدام خاصيتى الإبدال والدمج.

أختصر المقدار الجبري الآتى إلى أبسط صورة :-

$$9م - 4ب - 2ج - 5م + 3ب + 3ج$$

$$\text{المقدار} = (9م - 5م) + (-4ب + 3ب) + (-2ج + 3ج)$$

$$= 4م - ب + ج$$

$$3س^2ص + 5س^2ص - س^2ص + 4س^2ص + 3س^2ص$$

$$\text{المقدار} = (3س^2ص - س^2ص) + (4س^2ص + 3س^2ص + 5س^2ص)$$

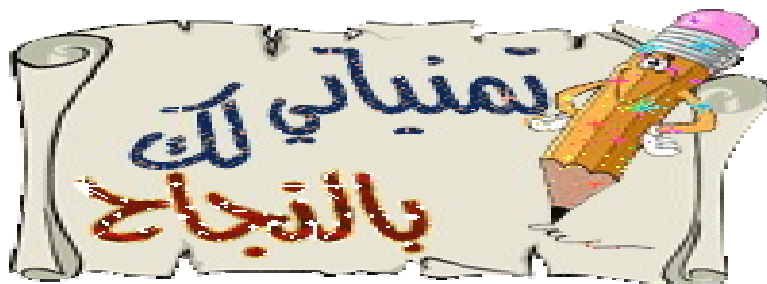
$$= 2س^2ص + 12س^2ص$$

$$2س^2ص - 7س + 3 + 4س - 5س^2 + 1$$

$$\text{المقدار} = 2س^2ص - 5س^2 + 4س - 7س + 3 + 1$$

$$= (2س^2ص - 5س^2) + (-7س + 4س) + (3 + 1)$$

$$= -3س^2 - 3س + 4$$



تمارين على الحدود الجبرية المتشابهة

[١] أوجد ناتج ما يأتي :-

(١) $٥س + ٣س$

(٢) $٧س - ٣س$

(٣) $١٥م - ٧م$

(٤) $٣س + ٢س - ٢س$

(٥) $٣س + ٧ص - ٦س - ٢ص$

[٢] أوجد ناتج ما يأتي :-

اطرح: $٦س - ٩ص$ من $٩س - ٢ص$ ؟ما زيادة: $(٣س + ٧س)$ عن $(٢س)$ ؟ما نقص: $(١٥ب - ٣ب)$ عن $(١٣ب)$ ؟ما زيادة: $(٢٥م - ١٣م)$ عن $(٢م)$ ؟

[٢] اختصر كلا من المقادير الجبرية الآتية :-

✓ $٧م + ٥ب - ٤م - ٥ب + ج$

✓ $٨ج + ١١س - ١٣ج - ٤س$

✓ $١٢م - ٤س - ٧م - ١٧س + ٥س$

✓ $٥س - ٣س + ١س - ٣س - ٦س - ٣س$

✓ $٦س - ٣س + ٢س - ٥س - ٢س + ٢س - ٢ص$



جمع المقادير الجبرية وطرحها

جمع المقادير الجبرية :

جمع المقادير الجبرية لا يختلف عن جمع الحدود الجبرية وذلك بجمع الحدود الجبرية المتشابهة

هناك طريقتان لجمع المقادير الجبرية :

الطريقة الرأسية

الطريقة الأفقية

مثال جمع المقدارين الآتيين :-

$$2س - ٥ع + ٣ص ، ٤س + ٢ص + ٢ع$$

الحل

$$\begin{aligned} \text{الطريقة الأفقية} &= 2س - ٥ع + ٣ص + ٤س + ٢ص + ٢ع \\ &= (2س + ٤س) + (٣ص + ٢ص) + (-٥ع + ٢ع) \\ &= ٦س + ٥ص - ٣ع \end{aligned}$$

الطريقة الرأسية

$$\begin{array}{r} 2س - ٥ع + ٣ص \\ + \\ ٤س + ٢ص + ٢ع \\ \hline ٦س + ٥ص - ٣ع \end{array}$$

مثال جمع المقدارين الآتيين :-

$$٣س - ٢ص + ٥ ، ٢س + ٢ص - ٥$$

الحل

$$\begin{aligned} \text{الناتج} &= ٣س - ٢ص + ٥ + ٢س + ٢ص - ٥ \\ &= (٣س + ٢س) + (-٢ص + ٢ص) + (٥ - ٥) \\ &= ٥س + ٣ \end{aligned}$$

مثال جمع المقادير الآتية :-

$$٣س^٢ - ٤س - ٢ ، ٢س^٢ + س + ٦ ، ٣س + ٥ - ٥$$

الحل

$$\begin{aligned} \text{الناتج} &= ٣س^٢ - ٤س - ٢ + ٢س^٢ + س + ٦ + ٣س + ٥ - ٥ \\ &= (٣س^٢ + ٢س^٢) + (-٤س + س + ٣س) + (-٢ + ٦ + ٥ - ٥) \\ &= ٥س^٢ - ١س + ٤ \end{aligned}$$

ثانياً: طرح المقادير الجبرية

طرح المقادير الجبرية لا يختلف عن طرح الحدود الجبرية وذلك بطرح الحدود الجبرية المتشابهة.

هناك طريقتان لطرح المقادير الجبرية:

< الطريقة الرأسية

< الطريقة الأفقية

$$\begin{array}{r} 4س + 2ص + 3ع \\ - (2س - 5ع + 3ص) \\ \hline \end{array}$$

الحل

$$\begin{aligned} \text{الطريقة الأفقية} &= 4س + 2ص + 3ع - (2س - 5ع + 3ص) \\ &= 4س + 2ص + 3ع - 2س + 5ع - 3ص \\ &= (4س - 2س) + (2ص - 3ص) + (3ع + 5ع) \\ &= 2س - ص + 8ع \end{aligned}$$

الطريقة الرأسية

$$\begin{array}{r} 4س + 2ص + 3ع \\ - 2س + 5ع - 3ص \\ \hline 2س - ص + 8ع \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3س - 2ص + 5ع \\ - (2س - 5ع + 3ص) \\ \hline \end{array}$$

الحل

$$\begin{aligned} \text{الناتج} &= 3س - 2ص + 5ع - (2س - 5ع + 3ص) \\ &= 3س - 2ص + 5ع - 2س + 5ع - 3ص \\ &= (3س - 2س) + (-2ص - 3ص) + (5ع + 5ع) \\ &= س - 5ص + 10ع \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 7س + 2ص + 6ع \\ - (3س - 4ع - 2ص) \\ \hline \end{array}$$

الحل

$$7س + 2ص + 6ع$$

$$- (3س - 4ع - 2ص)$$

$$4س + 6ع + 4ص$$

كـ ما زيادة $٣س - ٢ص + ٥$ عن $٢س + ٥ص - ٢$

الحـل

$$\begin{aligned} \text{الناتج} &= ٣س - ٢ص + ٥ - (٢س + ٥ص - ٢) \\ &= ٣س - ٢ص + ٥ - ٢س - ٥ص + ٢ \\ &= (٣س - ٢س) + (-٢ص - ٥ص) + (٥ + ٢) \\ &= س - ٧ص + ٧ \end{aligned}$$

كـ ما نقص $٣س^٢ - ٤س - ٢$ عن $٥س^٢ + س + ٦$

الحـل

$$\begin{array}{r} ٥س^٢ + س + ٦ \\ - (٣س^٢ - ٤س - ٢) \\ \hline ٢س^٢ + ٥س + ٨ \end{array}$$

كـ ما نقص $٣س^٢ - ٢س + ٥$ عن مجموع المقدارين $٤س^٢ - ٣س + ١$ ، $٢س + ٧س - ٨$

الحـل

$$\begin{aligned} \text{مجموع المقدارين} &= ٤س^٢ - ٣س + ١ + ٢س + ٧س - ٨ \\ &= (٤س^٢ + ٢س) + (-٣س + ٧س) + (١ - ٨) \\ &= ٤س^٢ + ٤س - ٧ \end{aligned}$$

ناتج الطرح

$$\begin{array}{r} ٤س^٢ + ٤س - ٧ \\ - (٣س^٢ - ٢س + ٥) \\ \hline س^٢ + ٦س - ١٢ \end{array}$$

جمع المقادير الجبرية وطرحها

[١] أوجد مجموع كل من :-

$$\begin{array}{ll}
 ٣س - ٢ص + ٥ & ، \quad ٢س + ٢ص - ٢ \\
 ٣س + ٢ + ٥س - ٦ & ، \quad ٣س - ٢ + ٣س + ٣ \\
 ٣س - ٢ + ٢س ص + ٢ص & ، \quad ٢س + ٢ + ٤س ص - ٢ص \\
 ٥م + ٢ل م & ، \quad ٢ل - ٢م - ٢ل م \\
 ٤س - ٣س + ٥ & ، \quad ٢س - ١١س + ٢س \quad ، \quad ٥س + ٢س - ٤
 \end{array}$$

[٢] أخرج :-

$$\begin{array}{ll}
 ٧ + ٥ب & \text{من} \quad ٧ - ٣ب \\
 ٢س + ٦ص - ٧ & \text{من} \quad ٢س - ٥ص + ٢ \\
 ٣ب - ٢م - ٤ب - ٢ب & \text{من} \quad ٢م - ٢ب + ٢ب
 \end{array}$$

[٣] أوجد ناتج ما يلي :-

$$\begin{array}{ll}
 \text{كـ} \quad \text{ما زيادة } ٢س - ٥س - ١ & \text{عن} \quad ٣س + ٢س - ٣ \\
 \text{كـ} \quad \text{ما زيادة المقدار } ٣س + ٥س - ٤ & \text{عن} \quad \text{المقدار } ٧ - ٢س + ٥س \\
 \text{كـ} \quad \text{ما المقدار الذي يجب إضافته للمقدار } ٣س + ٤ص - ٥ & \text{ليصبح} \quad -٤س + ٢ص - ٢
 \end{array}$$



ضرب الحدود الجبرية وقسمتها

ضرب الحدود الجبرية :

ملاحظة هامة :-

عند ضرب الحدود الجبرية:

- ✓ نضرب المعاملات مع تطبيق قاعدة الإشارات
- ✓ نضرب الرموز الجبرية مع ملاحظة جمع أسس العوامل ذات الأساسات المتشابهة

فمثلاً :-

$$\begin{aligned}
 (1) \quad 3س \times 5ص &= 15سص \\
 (2) \quad 3س \times 2س &= 6س^2 \\
 (3) \quad 3س^2 \times 5س^4 &= 15س^6 \\
 (4) \quad 2س^2ص \times 3س^3ص &= 6س^5ص^2 \\
 (5) \quad 2س^2 \times 5ص^2 &= 10س^2ص^2 \\
 (6) \quad 2س^2ص^2 \times 3س^3ص^4 &= 6س^5ص^6
 \end{aligned}$$

ثانياً: قسمة الحدود الجبرية

ملاحظة هامة :-

عند ضرب الحدود الجبرية:

- ✓ نضرب المعاملات مع تطبيق قاعدة الإشارات
- ✓ نضرب الرموز الجبرية مع ملاحظة جمع أسس العوامل ذات الأساسات المتشابهة

فمثلاً :-

$$\begin{aligned}
 (1) \quad 10س^3 \div 2س^2 &= 5س^1 \\
 (2) \quad 20س^3ص^4 \div 5س^2ص &= 4س^1ص^3 \\
 (3) \quad 30س^3ص^5 \div (6س^3ص^2) &= 5س^0ص^3 \\
 (4) \quad 6أ^3 \div 3أ^2 &= 2أ^1
 \end{aligned}$$

تمارين على ضرب الحدود الجبرية وقسمتها

[١] أجز عمليات الضرب الآتية :-

(١) $٥س^٣ص^٤ \times ٢س^٢ص^٢$

(٢) $٥أب^٢ \times ٢أ^٢ب$

(٣) $٨ص^٨ \times ٧ص^٥$

(٤) $٧ب^٣ \times ٤ب$

[٢] أكمل :-

(١) $١٢ب^٣أ^٢ \times \dots = ٣٦ب^٨أ^٩$

(٢) $\dots \times ١٣ = ٩أ^٩$

(٣) $٤ج^٣ع^٢ = ٢ج^٢ع^٢ \times \dots$

(٤) $٢٤س^٢ص^٤ = ٣س^٢ص^٢ \times \dots$

[٣] أجز عمليات القسمة التالية :-

(١) $٩س^٩ص^٥ \div ٣س^٣ص$

(٢) $٨م^٤ن^٣ \div (-٤م^٢ن^٢)$

(٣) $٥٢ب^٣ \times (-١٣ب^٢)$

(٤) $٣٢أ^٣ب^٦ \div (-٤أ^٣ب^٢)$

[٤] أكمل العبارات الآتية :-

(١) $١٥س^٥ \div \dots = ٥س$

(٢) $٢٠س^٢ص^٣ \div \dots = ٤ص$

(٣) $٣٠س^٣ص^٣ \div \dots = ٥س$

(٤) $\dots \div ٣س^٣ص^٢ = ٢س^٢ص^٥$

(٥) $\dots \div ٥س^٢ص^٢ = ٣س^٣$

(٦) $\dots \div ٦س^٢ص^٢ = ٥س$

[٥] أوجد ناتج ما يأتي :-

(١) $\frac{٢١س^٣ص^٢ع^٢}{٧س^٣ص}$

(٢) $\frac{١٢ب^٤ج^٢}{٤ب^٣ج^٢} =$

(٤) $\frac{١٥س^٤}{٩س^٣} =$

(٣) $\frac{١٨ل^٤ق^٥ه^٦}{٦ل^٤ق^٤ه^٤} =$

(٥) $\frac{٦س^٤ص^٣ع^٢}{٣س^٢ص} =$

ضرب حد جبري في مقدار جبري



عند ضرب حد جبري في مقدار جبري فإننا نضرب الحد الجبري في حدود المقدار الجبري كل على حده وهناك طريقتان للضرب هما كالتالي:

الطريقة الأفقية:-

مثال أوجد ناتج ما يأتي :-

$$(1) \quad 3س^3 \times (س^2 + 4)$$

الحل

$$= 3س^3 \times س^2 + 3س^3 \times 4 = 3س^5 + 12س^3$$

$$(2) \quad 3س^3ص^2 \times (4س^2ص - 5س^2ص^3)$$

الحل

$$= 12س^5ص^4 - 15س^5ص^5$$

$$(3) \quad 2ل^2 \times (3ل - 5ل + 2)$$

الحل

$$= 6ل^3 - 10ل^3 + 4ل^2 = -4ل^3 + 4ل^2$$

الطريقة الرأسية:-

$$(4) \quad 5س^3 \times (س^3 - 5س + 1)$$

الحل

$$\begin{array}{r} 5س^3 \times (س^3 - 5س + 1) \\ \hline 5س^6 - 25س^4 + 5س^3 \end{array}$$

$$5س^6 - 25س^4 + 5س^3$$

$$(5) \quad -4س^4ص^2 \times (2س^3ص^2 - 3س^3ص + 2)$$

الحل

$$\begin{array}{r} -4س^4ص^2 \times (2س^3ص^2 - 3س^3ص + 2) \\ \hline -8س^7ص^4 + 12س^7ص^3 - 8س^4ص^2 \end{array}$$

تدريب :- أجز عمليات الضرب الآتية :-

$$2س^2 \times (3س - 5ص)$$

$$3س^2 \times (5س - 7ص)$$

$$2س^2ب \times (3س + 5ب - 4ص)$$

$$4س^2 \times (5س - 2ص)$$

$$3س^3 \times (5س^2 - 3س)$$

$$5س^2ص^2 \times (3س^3 - 2ص^2 + 2)$$

$$2س^2ص^2 \times (5س^3ص - 4س^2ص + 7ص)$$

أختصر المقدار:

3س (س - 5) + 2 (س^4 + 7) ثم أوجد القيمة العددية للمقدار عندما س = 2 ؟



ضرب مقدار جبري مكون من حدين في مقدار جبري آخر

لضرب مقدار جبري في مقدار جبري آخر نضرب جميع حدود المقدار الأول في جميع حدود المقدار الثاني بإحدى الطرق الآتية :-

(١) الضرب الكلي :-

< الطريقة الأفقية :-

مثال أوجد ناتج : $(٣ - ٢س)(٥ + س)$

الحل

$$\begin{aligned} \text{المقدار} \quad ٢س(٥ + س) - (٣ - ٢س)٥ &= \\ ١٠س + ٢س^٢ - ١٥ + ١٠س &= \\ ٢س^٢ + ٢٠س - ١٥ &= \end{aligned}$$

أوجد ناتج : $(٤ - ٣س)(٢ - س)$

الحل

$$\begin{aligned} \text{المقدار} \quad ٣س(٢ - س) - (٤ - ٣س)٢ &= \\ ٦س - ٣س^٢ - ٨ + ٦س &= \\ ١٢س - ٣س^٢ - ٨ &= \end{aligned}$$

< الطريقة الرأسية :-

مثال أوجد ناتج : $(٤ + ٣س)(٥ + ٢س)$

الحل

يمكن الضرب باستخدام الطريقة الرأسية

$$\begin{array}{r} ٤ + ٣س \\ \times ٥ + ٢س \\ \hline \end{array}$$

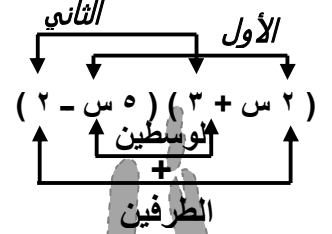
$$\begin{array}{r} ٢٠ + ١٥س \\ ٢٠ + ٢٣س + ٦س^٢ \\ \hline \end{array}$$

(٢) **الضرب بمجرد النظر :-**

أوجد بمجرد النظر حاصل ضرب كل مما يأتي :-

$$(١) (٢س + ٣) (٥س - ٢)$$

الحل



الثاني

×

الثاني

الأول

×

الأول

+ حاصل ضرب الطرفين + حاصل ضرب الوسطين

$$= 10س² - 4س + 15س - 6 = 10س² + 11س - 6$$

$$(٢) (٣س - ٤ص) (٢س - ٤ص)$$

الحل

$$= ٦س² - ٤سص - ٨صس + ١٦ص²$$

$$= ٦س² - ١٢صس + ١٦ص²$$

$$(٣) (٣س + ٤) (٥س - ٢)$$

الحل

$$= ١٥س² - ٢س + ٢٠ص - ٨$$

$$= ١٥س² - ٢س + ٢٠ص - ٨$$

حالتان خاصتان :-

مربع مقدار ذي حدين

مفكوك القوس (س + ص)² هو كالتالي :-

مربع مقدار مكون من مجموع حدين = مربع الأول + ٢ × الأول × الثاني + مربع الثاني

مفكوك القوس (س - ص)² هو كالتالي :-

مربع مقدار مكون من الفرق بين حدين = مربع الأول - ٢ × الأول × الثاني + مربع الثاني

أوجد مفكوك كل مما يأتي :-

$$(١) (٣ + س)^٢$$

الحل

$$\begin{aligned} \text{المقدار} &= (٣ + س)^٢ = (٣ + س)(٣ + س) \\ &= س(٣ + س) + ٣(٣ + س) \\ &= س٣ + س٢ + ٩ + ٣س \end{aligned}$$

$$(٢) (٥ + س)^٢$$

الحل

$$\text{المقدار} = (س + ٥)^٢ = س٢ + ٢ \times س \times ٥ + ٥^٢ = س٢ + ١٠س + ٢٥$$

$$(٣) (٥س - ٣ص)^٢$$

الحل

$$\begin{aligned} \text{المقدار} &= (٥س - ٣ص)^٢ = ٢٥س٢ - ٢ \times ٥س \times ٣ص + ٩ص٢ \\ &= ٢٥س٢ - ٣٠صس + ٩ص٢ \end{aligned}$$

$$(٤) (٥ + س٣)^٢$$

الحل

$$\text{المقدار} = (س٣ + ٥)^٢ = س٦ + ٢ \times س٣ \times ٥ + ٢٥ = س٦ + ١٠س٣ + ٢٥$$

حاصل ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

هذان المقدارين كلا منهما مكون من حدين ومتشابهان في الحدود ولكن مختلفين في الإشارة

مجموع حدين $\times$ الفرق بينهما = مربع الأول - مربع الثاني

أوجد حاصل ضرب كل مما يأتي :-

$$(١) (٣ - س)(٣ + س)$$

الحل

$$\text{المقدار} = (س - ٣)(٣ + س) = س٢ - ٩$$

$$(٢) (س + ٥) (س - ٥)$$

الحل

$$\text{المقدار} = (س) - (٥) = س - ٥$$

$$(٣) (س٣ - ٤) (س٣ + ٤)$$

الحل

$$\text{المقدار} = (س٣) - (٤) = س٣ - ٤$$

$$(٤) (س٣ + ٥) (س٣ - ٥)$$

الحل

$$\text{المقدار} = (س٣) - (٥) = س٣ - ٥$$

ضرب مقدار جبري مكون من حدين في آخر مكون من أكثر من حدين :-

أوجد حاصل ضرب كل مما يأتي :-

$$(١) (س٣ - ٤ص) \times (س٢ - ٣ص + ٥)$$

الحل

$$= ٦س٣ - ٩س٢ + ٥س - ٤س٢ + ١٢ص - ٢٠ص$$

$$= ٦س٣ - ٢س٢ + ١٧ص - ١٥ + ٢٠ص$$

$$(٢) (٢ب + ٣) (٢ب - ٤ + ٥ب)$$

الحل

$$= ٣ب٢ - ٢ب٢ + ١٥ب + ٢ب٢ - ٨ب - ١٠ب$$

$$= ٣ب٢ - ٨ب - ١٠ب + ١٥ب + ٢ب٢$$

تمارين على ضرب مقدار جبري مكون من حدين في مقدار جبري آخر

أوجد بمجرد النظر حاصل ضرب كل مما يأتي :-

$$(1 + m^6)(2 - m^5) \checkmark$$

$$(2 + s)(4 + s) \checkmark$$

$$(2 + v)(5 - v) \checkmark$$

$$(1 + s)(3 + s) \checkmark$$

$$(2s - v)(3s + 4v) \checkmark$$

أوجد حاصل ضرب كل مما يأتي :-

$$(3s + v)^2 \checkmark$$

$$(3 + 1)^2 \checkmark$$

$$(2s + 3v)^2 \checkmark$$

$$(s - 2v)^2 \checkmark$$

$$(4m - 7)^2 \checkmark$$

أوجد نواتج عمليات الضرب الآتية :-

$$(7 + m^4)(7 - m^4) \checkmark$$

$$(4 - 1)(4 + 1) \checkmark$$

$$(2s + 3v)(2s - 3v) \checkmark$$

$$(2s + 6v)(2s - 6v) \checkmark$$

$$(6l + m^6)(6l - m^6) \checkmark$$

أوجد نواتج عمليات الضرب الآتية :-

$$(2e + 3l)(5e - 4l) \times$$

$$(3e + 2k)(5e - 3k) \times$$

$$(2s - 3v + 5)(-4s + 5v) \times$$

قسمة مقدار جبري على حد جبري

الدرس السابع

لقسمة مقدار جبري على حد جبري نقسم جميع حدود المقدار الجبري على هذا الحد الجبري

أوجد خارج قسمة كل مما يأتي :-

$$(1) \quad 6s^0 - 9s^3 + 12s^2 \text{ على } 3s$$

الحل

$$\text{الناتج} = \frac{6s^0}{3s} - \frac{9s^3}{3s} + \frac{12s^2}{3s} = 2s^{-1} - 3s^2 + 4s$$

$$(2) \quad 16p^3 - 24p^2 + 4p^2 \text{ على } 4p$$

الحل

$$\text{الناتج} = \frac{16p^3}{4p} - \frac{24p^2}{4p} + \frac{4p^2}{4p} = 4p^2 - 6p + 1$$

$$(3) \quad \frac{2as^2 - 18as^3 + 6as^2}{6as^2}$$

الحل

$$= \frac{2as^2}{6as^2} - \frac{18as^3}{6as^2} + \frac{6as^2}{6as^2}$$

$$= \frac{2}{6} - 3s + 1$$

$$= \frac{1}{3} - 3s + 1$$

$$(4) \quad 18s^4 - 42s^0 + 6s^2 \text{ على } 6s^2$$

الحل

$$\text{الناتج} = \frac{18s^4}{6s^2} - \frac{42s^0}{6s^2} + \frac{6s^2}{6s^2} = 3s^2 - 7s^0 + 1$$

تمارين علي قسمة مقدار جبري على حد جبري

أوجد خارج قسمة كل مما يأتي :-

$$\frac{٢١ل٤ - ٥ل٧ + ٢ل٧}{٢ل٧}$$

$$\frac{٢٠ع٣ + ١٥ع٢ + ٥ع١}{٥ع١}$$

$$\frac{١٢ب٣ + ٩ب٢ - ٦ب٣}{٢ب٣}$$

$$\frac{٣٥ب٣ + ٢١ب٢ + ١٤ب١}{٢ب٣}$$

$$\frac{٣٣ص٣ع - ٢٢ص٢ع + ١ص١ع}{١ص٢ع}$$

أوجد خارج قسمة كل مما يأتي :-

$$\frac{٣٢س٣ - ٤٨س١ + ٧٢س٧}{٨س٣}$$

$$\frac{٦٠س٦ - ٤٨س١ - ١٢س٣}{١٢س٣}$$

$$\frac{٢ب٣ - ٤ب٢ + ٦ب١}{٨س٣}$$

مع أرق الأمنيات بالتفوق الباهر

أ/ محمد محمود

مدرس الرياضيات



☆ س ۳- ۶ س ۲ + ۱۱ س ۶- علی س ۳-

بإستخدام طريقة القسمة المطولة :

☆ س ۳ - ۸ علی س ۲ -

بإستخدام طريقة القسمة المطولة :

ت / ۱۲۰۶۵۱۱۱۱۱۱.

☆ س^٤ - ٣ س^٢ - ٤ على س - ٢

الحل

باستخدام طريقة القسمة المطولة :

$$\begin{array}{r}
 \text{س}^{\cancel{4}} + \text{س}^{\cancel{4}} - ٣ \text{س}^{\cancel{2}} - ٤ \\
 \underline{\text{س}^{\cancel{4}} - ٢ \text{س}^{\cancel{3}}} \\
 ٣ \text{س}^{\cancel{3}} - ٣ \text{س}^{\cancel{3}} - ٤ \\
 \underline{٣ \text{س}^{\cancel{3}} + ٤ \text{س}^{\cancel{2}}} \\
 ٤ - ٤ \\
 \underline{٤ - ٢ \text{س}} \\
 ٤ - ٢ \text{س} - ٤ \\
 \underline{٤ - ٢ \text{س} - ٤} \\
 ٠
 \end{array}$$

بالطرح

بالطرح

بالطرح

تمارين علي قسمة مقدار جبري على مقدار جبري آخر

أوجد خارج قسمة كل من المقادير الآتية :-

س ^٢ + ٥ س + ٦	على	س ^٢ + ٥ س + ٦
ص ^٢ - ٩ ص + ٢٠	علي	ص ^٢ - ٩ ص + ٢٠
٢ س ^٢ + ١٣ س + ١٥	علي	٢ س ^٢ + ١٣ س + ١٥
س ^٢ - ٦ س	على	س ^٢ - ٦ س
س ^٣ + ١٠ س + ١٠	على	س ^٣ + ١٠ س + ١٠
٣ س ^٢ + ٣ س - ٣	على	٣ س ^٢ + ٣ س - ٣
س ^٢ + ٣ س + ٢	علي	س ^٢ + ٣ س + ٢
٣ س ^٢ - ٤ س + ١	علي	٣ س ^٢ - ٤ س + ١
س ^٢ - ٢٧ س	علي	س ^٢ - ٢٧ س
س ^٢ - ١	علي	س ^٢ - ١
س + ٢	على	س + ٢
ص - ٤	علي	ص - ٤
س + ٥	علي	س + ٥
س + ٢	على	س + ٢
س ^٢ - ١	على	س ^٢ - ١
س ^٢ + ١	علي	س ^٢ + ١
س - ١	علي	س - ١
س - ٣	علي	س - ٣
س + ١	علي	س + ١



التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى

الدرس التاسع

هو فصل حد جبري عن مقدار جبري كان قد تم ضربيهما وذلك بإخراج العامل المشترك الأعلى من كل حدود المقدار الجبري .

لإيجاد العامل المشترك الأعلى :-

✓ نوجد العامل المشترك الأعلى للعوامل العددية الموجودة في الحدود

✓ نأخذ كل رمز متكرر في الحدود الموجودة بأصغر أس

طريقة التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى :-

✓ نوجد ع.م.أ للحدود الجبرية الموجودة

✓ نضع ع.م.أ خارج القوسين

✓ نقسم كل حد من حدود المقدار الجبري على ع.م.أ ونكتب خارج القسمة داخل القوسين

✓ حل ما يأتي بإخراج ع.م.أ :-

$$(1) \quad 3س^3ص^4 + 12س^3ص^4 - 15س^3ص^4$$

الحل

$$\text{أولاً نوجد ع.م.أ للحدود وهو } 3س^3ص^4 \text{ والمقدار } = 3س^3ص^4 (س^4 + 4س^4 - 5س^4)$$

$$(2) \quad 9م^4ن^2 - 6م^3ن^3 + 12م^2ن^4$$

الحل

$$\text{أولاً نوجد ع.م.أ للحدود وهو } 3م^2ن^2 \text{ والمقدار } = 3م^2ن^2 (3م^2ن^2 + 2م^2ن^3 - 4م^2ن^4)$$

$$(3) \quad 3س(ب+1) + 7(ب+1)$$

الحل

$$\text{ع.م.أ} = (ب+1)$$

$$\text{المقدار} = (ب+1)(3س+7)$$

تمارين علي التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى

حل ما يأتي بإخراج ع.م.أ. :-

- (١) $(س + ٤)س^٢ + (س + ٤)ص^٢$
- (٢) $٣س^٢ص - ٩س^٢ص^٢ + ١٢س^٣ص^٢$
- (٣) $٣(٤ + أ + ب) - ٢(٥ + أ + ب)$
- (٤) $١٥س^٢ص^٢ + ٩س^٢ص - ٣س^٣ص^٢$
- (٥) $٢س^٢ + ٤س - ٦س + ٢س^٢$
- (٦) $١٨ج - ٦ج + ٣٠ج - ٢٤ج$
- (٧) $٩م^٢ن - ٦م^٢ن + ١٢م^٢ن$

بأستخدام التحليل بأخراج العامل المشترك أوجد قيمة :-

- (١) $١٧ \times ٢٥ + ١٧ \times ٧٥$
- (٢) $٢٣ + ٤٤ \times ٢٣ + ٢٣ \times ٥٥$
- (٣) $٣٥ - ٣٥ \times ٤١ + ٣٥ \times ٦٠$
- (٤) $١٥ \times ٨ - ١٥ \times ١٨ + ١٥ \times ٦$
- (٥) $٣٠ \times ١٥ - ١٣ \times ١٥ + ١١٧ \times ١٥$
- (٦) $٤٢ \times ٥٨ + ٢(٥٨)$



ثانياً: الإحصاء

أولاً: تمثيل البيانات بالأعمدة البيانية :-

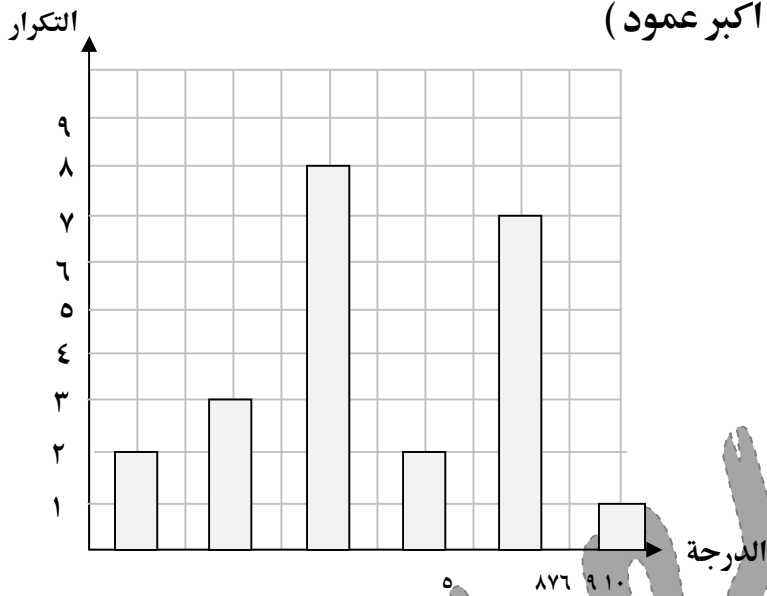
يتم تمثيل البيانات عن طريق الأعمدة البيانية بحيث يتناسب طول العمود مع البيان الممثل له

مثل البيانات الآتية بالأعمدة البيانية ثم أوجد المنوال :-

الدرجة	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
التكرار	٢	٣	٨	٢	٧	١

ثم أوجد عدد الدرجات الأكبر من ٧ ؟

الأكبر من ٧ = ١ + ٧ + ٢ = ١٠ المنوال = ٧ (أكبر عمود)

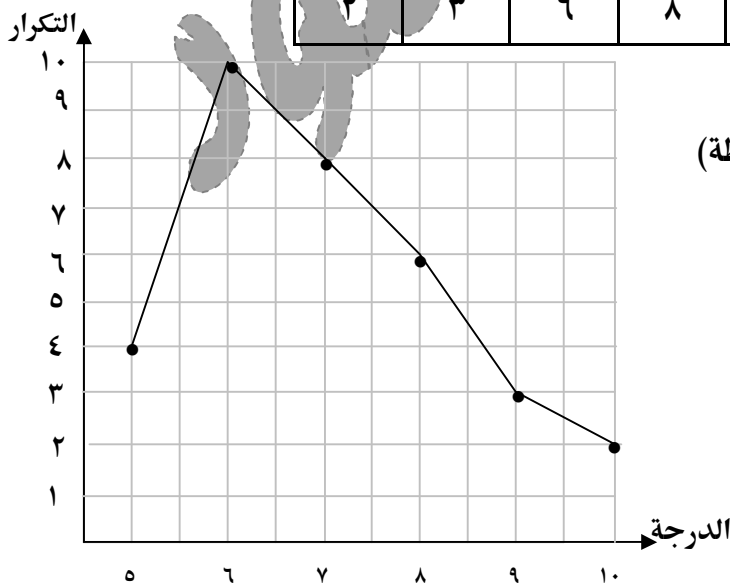
**ثانياً: تمثيل البيانات بالخط المنكسر :-**

مثل البيانات الآتية بالخط المنكسر :-

الدرجة	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
التكرار	٤	١٠	٨	٦	٣	٢

ثم أوجد عدد الدرجات الأصغر من ٧ ؟

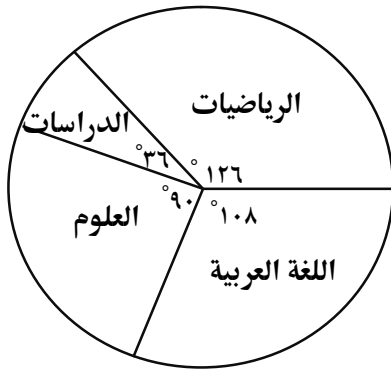
الأصغر من ٧ = ٤ + ١٠ = ١٤ المنوال = ٦ (أكبر نقطة)



ثالثاً : تمثيل البيانات بالقطاعات الدائرية :-

مثل البيانات الآتية بالقطاعات الدائرية البسيطة :-

المواد الدراسية	الرياضيات	الدراسات	العلوم	اللغة العربية
النسبة المئوية	٪٣٥	٪١٠	٪٢٥	٪٣٠

القانون المستخدم = النسبة المئوية $\times 360^\circ$ 

$$\text{قياس زاوية الرياضيات} = 360^\circ \times \frac{35}{100} = 126^\circ$$

$$\text{قياس زاوية الدراسات} = 360^\circ \times \frac{10}{100} = 36^\circ$$

$$\text{قياس زاوية العلوم} = 360^\circ \times \frac{25}{100} = 90^\circ$$

$$\text{قياس زاوية اللغة العربية} = 360^\circ \times \frac{30}{100} = 108^\circ$$

خلي بالك لو جايب عدد فقط نستخدم القانون : $360^\circ \times \frac{\text{العدد}}{\text{العدد الكلي}}$

المنوال :- هو القيمة الأكثر شيوعاً أو تكراراًأوجد المنوال للقيم التالية :

٣ ، ٤ ، ٥ ، ٤ ، ٤ ، المنوال = ٤

٢ ، ٧ ، ٤ ، ٥ ، ٧ ، ٥ ، ٧ ، المنوال = ٧

١ ، ٥ ، ٣ ، ٤ ، ٧ ، المنوال = لا يوجد

٢ ، ٤ ، ٧ ، ٤ ، ١٠ ، ٧ ، المنوال = ٧ ، ٤

ملاحظة :- قد يوجد أكثر من منوال

تدريبات على المنوال :-

(١) أوجد المنوال للقيم ١ ، ٧ ، ٤ ، ١١ ، ٤

(٢) أوجد المنوال للقيم ٢ ، ١٠ ، ٥ ، ٤ ، ١٠

(٣) أوجد المنوال للقيم ٢ ، ٢٠ ، ١٥ ، ٧ ، ٢٠ ، ٤ ، ١٥

(٤) أوجد المنوال للقيم ٢ ، ٢٠ ، ١٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، ١٥

(٥) أوجد المنوال للقيم ١ ، ١٠ ، ٢٥ ، ٤

(٦) أوجد المنوال للقيم ١ ، ١٧ ، ٢٠ ، ١٧ ، ٢٥ ، ١٧

الوسيط :- هو القيمة التى تتوسط القيم بعد ترتيبها**ولإيجاد الوسيط لمجموعة من القيم يجب ترتيب القيم تنازليا أو تصاعديا****ملاحظة هامة :****١- إذا كانت الأعداد عددها فردى :****فإن الوسيط يكون القيمة فى المنتصف بعد الترتيب****٢- إذا كان عددها زوجى :****فإن الوسيط = مجموع القيمتين اللتان تقعان فى الوسط مقسوما على ٢****أوجد الوسيط لكلا من القيم الآتية :**

(١) ٨ ، ٩ ، ١٥ ، ٣ ، ٥ ، ١١ ، ٧

أولا نرتب الأعداد تصاعديا أو تنازليا :

١٥ ، ١١ ، ٩ ، ٨ ، ٧ ، ٥ ، ٣

العدد الذى فى المنتصف = ٨

∴ الوسيط = ٨

(٢) ١٠ ، ٤ ، ٨ ، ١ ، ٦ ، ٢

أولا نرتب القيم تصاعديا أو تنازليا :

١٠ ، ٨ ، ٦ ، ٤ ، ٢ ، ١

نجد انه يوجد عددين فى الوسط هما ٦ ، ٤

$$\therefore \text{الوسيط} = \frac{١٠}{٢} = \frac{٦+٤}{٢} = ٥$$

∴ الوسيط = ٥

تدريبات على الوسيط :-

(١) أوجد الوسيط للقيم ٩ ، ١١ ، ٤ ، ٧ ، ١

(٢) أوجد الوسيط للقيم ٥ ، ١٠ ، ٢

(٣) أوجد الوسيط للقيم ١٧ ، ٤ ، ١٠ ، ٧ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢

(٤) أوجد الوسيط للقيم ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢

(٥) أوجد الوسيط للقيم ٤ ، ٢٥ ، ١٠ ، ١

(٦) أوجد الوسيط للقيم ٣ ، ٢٥ ، ١٧ ، ٢٠ ، ١٥ ، ١

الوسط الحسابى : الوسط الحسابى لمجموعة من القيم = مجموع القيم مقسوما على عددها

الوسط الحسابى لقيم = $\frac{\text{مجموع هذه القيم}}{\text{عددها}}$

أوجد الوسط الحسابى للقيم الآتية :-

$$(1) \quad 10, 4, 11, 7, 3$$

$$\text{الوسط الحسابى} = \frac{10 + 4 + 11 + 7 + 3}{5} = \frac{35}{5} = 7$$

$$(2) \quad 10, 15, 13, 7, 5$$

$$\text{الوسط الحسابى} = \frac{10 + 15 + 13 + 7 + 5}{5} = \frac{50}{5} = 10$$

إذا كان الوسط الحسابى للقيم :

ل، ٣، ن، ٥، ٧، هو ٤ أوجد قيمة ل

الوسط الحسابى لقيم = $\frac{\text{مجموع هذه القيم}}{\text{عددها}}$

$$\Leftarrow \therefore 4 = \frac{7 + 5 + 3 + \text{ل}}{4} \quad \text{وبالضرب التبادلى}$$

$$\frac{7 + 5 + 3 + \text{ل}}{4} = \frac{4}{1}$$

$$\Leftarrow 4 = 12 + \text{ل} = 16 \Leftarrow 4 = \text{ل} \quad \text{ل} = 16 - 12 = 4$$

تدريبات على الوسط الحسابى :-

- أوجد الوسط الحسابى للقيم الآتية :-

$$(1) \quad 13, 14, 7, 6, 5$$

$$(2) \quad 13, 9, 7, 11, 10$$

$$(3) \quad 9, 4, 11, 8, 3$$

$$(4) \quad 49, 45, 28, 47, 16, 25$$

- إذا كان الوسط الحسابى للقيم ٥، ٧، ٩، ٦ هو ٦ أوجد قيمة س ؟

مع أرق الأمنيات بالتفوق الباهر

أ/ محمد محمود