

مراجعة عامة

مثال : $12 = |6| + |4| - |2|$ ؟ $p = |p|$

؟ (١) الجذر التربيعي للعدد النسبي الغير سالب س : هو العدد الذي مربعه = س

ملاحظات هامة : (١) $7 = |49|$ ، (٢) $7 - = |49|$

لا يوجد جزر تربيعي

لعدد نسبي سالب

(٢) $|49| = |49|$

(٤) $[-49] =$ ليس لها معنى

خلى بالك :

(١) $[^n p = ^n p]$ (خذ نص الأس مع الرموز) مثال : $[ص^٨ = ص^٤]$ ، $[س^٦ = س^٣]$

(٢) $[^٢ p + ^٢ b \neq ^٢ (p+b)]$ (خلص أى عملية جمع أو طرح الأول وبعدين خذ الجذر)

مثال : $Z = |100| = |36| + |64|$

$4 = |16| = |9| - |25|$

(٢) $p = |p| = ^٢ p$ (جذر التربيع = القيمة الموجبة فقط)

مثال : Z $5 = |5| = ^٢ 5$ ، $5 = |5 -| = ^٢ (5-)$

(١) $\frac{9}{10} = [\frac{81}{100}] = |0.81|$ (نحول من عشري لنسبي)

(٢) $[\frac{9}{2} = \frac{81}{4}] = |2\frac{1}{4}|$ (ندخل الصحيح ف الكسر)

(٢) $[\frac{3ص}{2س} - = \frac{٩ص}{٤س}]$

(٤) $\frac{9}{4} = ^٢ (\frac{9}{4})$

(٥) $13 = |169| = |44| + |25| = ^٢ 12 + |25|$

خلى بالك

إن المعادلة لها حلان

أو مفيش حلول

؟ حل معادلات الدرجة الثانية في (ن) ..

؟ إذا كان $p \geq 0$ فإن المعادلة : $p = ^٢ p$ لها حلان هما $[p]$

؟ (١) أوجد مجموعة حل المعادلات في (ن) :

٨ (١) $٩س + ١ = ٦٥$

٩ $\therefore ٩س = ٦٤$ بالقسمة على ٩

$\therefore \frac{64}{9} = س$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$\therefore س = \frac{8}{3}$ $\therefore$ مجموعة الحل = $\{\frac{8}{3}, -\frac{8}{3}\}$

الحل : $٩س = ٦٥ - ١$

$\therefore \frac{64}{9} = س$

$س = [\frac{64}{9}]$

الحل : بضرب طرفي المعادلة $\frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times 75 = \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times 2$ $\therefore \frac{4}{3} \times 75 = \frac{4}{3} \times 2$

$$\frac{4}{3} \times 75 = \frac{2}{\frac{1}{4}} \times \frac{4}{3} \therefore$$

$$\therefore \text{س} = ١٠ \quad \therefore \text{مجموعة الحل} = \{ ١٠_ \}$$

$$\therefore ١٦ = \text{س} \quad \therefore \{ ١٦ \} = \text{مجموعة الحل}$$

$س + ۱ = ۵$ $س - ۱ = ۵ -$ $س = ۵ - ۱ -$	$س + ۱ = ۵$ $س = ۵ - ۱ = ۴$ $س = ۴$
---	-------------------------------------

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{ 4, -6 \}$$

(١) مجموعة حل المعادلة : $س^٢ + ١ = ٧$ في ؟ هي الحل : $\emptyset$

(۲) صفـر + ۲ + ۳ + ۲ + ۳

(٢) مجموع الجذرين التربيعيين للعدد $\frac{1}{2}$ هو

(٤) الصورة القياسية للعدد $\dots = \dots$

$$5 = \frac{1}{5} \text{ س } 2 \quad (2)$$

$$q = {}^2(1 - s) \quad (1)$$

(۲) اکمل ما یلی ، (۱) $.... = ۲\frac{۷}{۹}$] (۲) $... = ۱۰\frac{۱۴}{۹}$] (۳) $... = ۱۶\frac{۱}{۹}$]

(٤) مجموعة حل المعادلة : $s^2 - 1 = 3$ في n هي ...

الجذر التكعيبي لعدد نسبي ...

? الجذر التكعيبي للعدد النسبي س هو العدد الذي مكعبه = س (مضروب ٣ مرات × نفسه)

خلي بالك : هنا المطلوب

$$٢ = [٨ -] \#$$

$$٢ = [٨] \#$$

والسالب ليهم جذر

(١) الجذر التكعيبي يأخذ نفس إشارة العدد

خلي بالك :

$$(٢) [٢ = ٨] \# \quad (\text{مع الرموز أقسم الأس } \div ٣)$$

$$\text{مثال : } [١٢ = ص] \# \quad [١٢ = ص] \# \quad [١٢ = ص] \#$$

$$(٢) [٥ = ١٢٥] \# \quad [٥ = ١٢٥] \#$$

? (١) أوجد ناتج ما يلي :

أمثلة متنوعة :

$$(١) [٣ = ٢٧] \#$$

$$(٢) [٣ = ٢٧] \#$$

$$(٢) [٤ = ٦٤] \#$$

$$(٤) [٩ = ٢٧] \#$$

$$(٥) [٤ = ٦٤] \#$$

خلي بالك :

إن المعادلة هنا لا يوجد

لها غير حل واحد فقط

? حل معادلات الدرجة الثالثة في (ن) ..

? المعادلة س^٢ = ٢ لها حل واحد فقط في ن هو [٢]

? (٢) أوجد مجموعة حل المعادلات في (ن) :

$$(١) ٢ س - ٤ = ٥٠$$

$$\text{الحل : } ٢ س - ٤ = ٥٠$$

$$\therefore ٢ س = ٥٤$$

بالقسمة على ٢

$$٢ س = ٥٤$$

$$\therefore س = ٢٧$$

أخذ الجذر التكعيبي للطرفين

$$٢٧ = ٢٧$$

مجموعة الحل = {٢٧}

$$(٢) ٢ س - ٣ = ٨$$

أخذ الجذر التكعيبي للطرفين

الحل :

$$\therefore ٢ س = ١١$$

$$\therefore ٢ س = ١١$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \left\{ \frac{١١}{٢} \right\}$$

$$\therefore س = \frac{١١}{٢}$$

$$\therefore ٢ س = ١١$$

$$\backslash (2) \frac{1}{s^3} = -200$$

الحل :

بضرب طرفي المعادلة $\times 5$

$$\therefore \frac{1}{s^3} \times 5 = -200 \times 5$$

$$\therefore s^3 = -1000 \quad \text{باخذ الجذر التكعيبي للطرفين}$$

$$\therefore s = -10 \quad \therefore \text{مجموعة الحل} = \{-10\}$$

$$\backslash (4) \# [s - 1] = 2$$

الحل :

$$\# [s] = 1 + 2 \quad \therefore \# [s] = 3$$

$$\text{بتكعيب الطرفين} \quad \therefore s = 27 \quad \therefore \text{مجموعة الحل} = \{27\}$$

? (2) اكمل ما يلي :

الحل : 8

$$(1) \# [s] = 4 \quad \text{فإن : ص} = \dots$$

الحل : 16

$$(2) \# [s] = 16 \quad \text{فإن : ص} = \dots$$

الحل : 512

$$(3) \# [s] = 8 \quad \text{فإن : ص} = \dots$$

الحل : s^4

$$(4) \# [s] = 16 \quad \dots$$

الحل : $10 = 5 + 5$

$$(5) \# [s] = 125 \quad \dots$$

الحل : $2 = \frac{2}{1} - \times 10$

$$(6) \# [s] = 1000 \times \dots$$

الحل : $\frac{1}{8}$

$$(7) \# [s] = \frac{1}{2} \quad \text{فإن ص} = \dots$$

3	216
3	72
3	24
2	8
2	4
2	2
1	1

? (4) عدد مكعبه 216 أوجد مربع العدد ؟

الحل : نفرض العدد هو s : $s^3 = 216$

$s = 6$: العدد هو 6

$s^2 = 36$: مربعه

(1) أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية ($s \in \mathbb{N}$) : الواجب :

$$(2) \# [s] = 1 + 5 = 6$$

$$(2) (s - 4)^3 = 27$$

$$(1) s^3 - 1 = 15$$

$$(2) \# [s] = 1000 \times \dots$$

$$(2) \text{ اكمل ما يلي : } (1) \# [s] = 5 \quad \text{فإن ص} = \dots$$

مجموعة الأعداد غير النسبية { } ...

? هي أعداد ليست لها جذور تربيعية أو تكعيبية لأنها لا يمكن كتابتها على صورة مربعات

أو مكعبات كاملة مثال: $[2]$ ، $[5]$ ، $[13]$ ، $[7]$ ، $[4]$ ، $[9]$ ،

خلي بالك: $\emptyset = \mathbb{N} \cap \mathbb{N}^+ = \emptyset$?

? (2) $2 = 2 \times 2$ (جذر $\times$ جذر = عدد من غير جذر)

مثال: $5 = [25] = 5 \times 5$ لكن: $5 \neq [25] \neq 5 \times 5$

ملاحظات هامة: (1) كل عدد غير نسبي تنحصر قيمته بين عددين نسبيين

? (2) العدد π الذي يرمز للنسبة بين محيط الدائرة وطول قطرها هو عدد غير نسبي

? (2) جذور الأعداد الأولية هي أعداد غير نسبية: $[2]$ ، $[3]$ ، $[5]$ ، $[7]$ ،

? (4) العدد غير النسبي يمكن تمثيله بعدد عشري غير منته

أمثلة متنوعة: (1) أوجد مجموعة حل المعادلات: (س $\in \mathbb{N}$)

$$(1) \quad 6 = 1 + 2^s$$

$$\text{الحل:} \quad \therefore 6 - 1 = 2^s \quad \therefore 5 = 2^s$$

$$\therefore 5 = 2^s \quad \therefore 5 = 2^0 \quad \therefore 5 = 1 \quad \therefore \{1\}$$

$$(2) \quad 2 - \frac{3}{4} = 2^s$$

الحل: بضرب الطرفين $\times \frac{4}{4}$

$$\therefore \frac{4}{4} \times 2 - \frac{4}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{4}{4} \times 2^s$$

$$\therefore 2 - \frac{3}{4} = 2^s \quad \therefore \frac{8}{4} - \frac{3}{4} = 2^s \quad \therefore \frac{5}{4} = 2^s$$

الحل: باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$|3| = 2 + 3 \quad |3| = 2 + 3$$

$$2 - |3| = 3 \quad 2 - |3| = 3$$

$$\therefore \{2 - |3|, 3\}$$

$$(4) \quad 7 = 3 + 2^s$$

الحل: باخذ الجذر التكعيبي للطرفين

$$\therefore 7 = 3 + 2^s$$

$$\therefore \{3 - |7|, 3\}$$

$$\therefore 3 - |7| = 3$$

? (٢) أكمل ما يلي :

(١) مربع مساحته ٧ سم^٢ فإن طول ضلعه = [٧] سم

(٢) المربع الذي طول ضلعه [٣] سم تكون مساحته = ٣ سم^٢

(٢) إذا كانت : $\nu \in \mathbb{N}$ ، $\nu > [٢٦] > \nu + ١$ فإن : $\nu = [٥]$

? (٢) باستخدام الحاسبة أثبت أن : [٢] ينحصر بين ١,٤ ، ١,٥ ؟

الحل : $1,96 = (1,4)^2 \therefore$ $2,25 = (1,5)^2 \therefore$

$2,25 > 2 > 1,96 \therefore$ $2 = (2)^2 \therefore$

$1,5 > 2 > 1,4 \therefore$ [٢] ينحصر بين ١,٤ ، ١,٥

? (٤) أوجد ٣ أعداد غير نسبية تقع بين العددين ٣ ، ٤ ؟

الحل : $3 = [٩]$ ، $4 = [١٦]$ $\therefore$ الأعداد هي { ١٠ ، ١١ ، ١٢ }

? (٥) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- (١) العدد غير النسبي المحصور بين ٢ ، ٣ هو ...
 (٢) المربع الذي مساحته ١٠ سم^٢ يكون طول ضلعه ... سم
 (٢) مجموعة حل المعادلة $5 = 2^x$ حيث (س $\in \mathbb{N}$)
- [١٠ ، [٧] ، [٣] ، [٢,٥]]
 [٥ - ، [٥] ، [١٠] - ، [١٠]]
 [٥] - ، [٥] - ، [٥] ، [٢٥]]

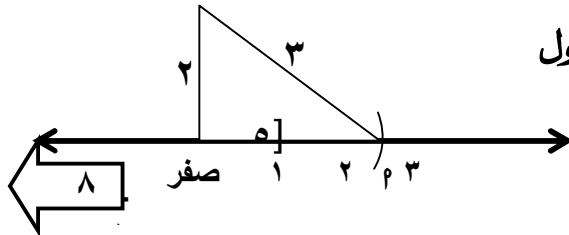
• تمثيل العدد غير النسبي على خط الأعداد :
 لرسم قطعة مستقيمة طولها [٢] وحدة طول نرسم مثلث قائم فيه :
 (١) الوتر = $\frac{1+2}{2}$ وحدة طول
 (٢) ضلع القائمة = $\frac{1-2}{2}$ وحدة طول

? (١) عين النقطة التي تمثل الأعداد التالية على خط الأعداد :

(١) [٥]

الحل : طول الوتر = $\frac{1+5}{2} = 3$ وحدات طول

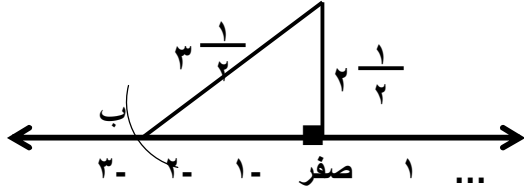
طول ضلع القائمة = $\frac{1-5}{2} = 2$ وحدة طول



حيث النقطة (٢) تمثل [٥] على خط الأعداد

(٢) - ٦]

الحل :

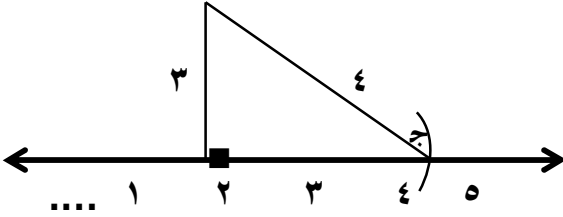


طول الوتر = $\frac{1+6}{2} = 3\frac{1}{2}$ وحدة طول
طول ضلع القائمة = $\frac{6-1}{2} = 2\frac{1}{2}$ وحدة طول

حيث النقطة (ب) تمثل - ٦] على خط الأعداد

(٢) + ٢ | ٧]

الحل :

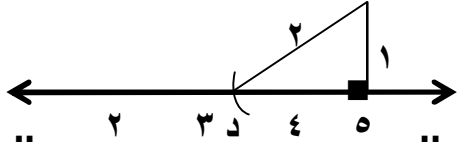


طول الوتر = $\frac{1+7}{2} = 4$ وحدة طول
طول ضلع القائمة = $\frac{7-1}{2} = 3$ وحدة طول

حيث النقطة (ج) تمثل ٢ + | ٧] على خط الأعداد

(٤) ٥ - | ٣]

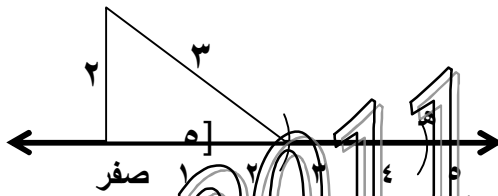
الحل :



طول الوتر = $\frac{1+3}{2} = 2$ وحدة طول
طول ضلع القائمة = $\frac{3-1}{2} = 1$ وحدة طول

حيث النقطة (د) تمثل ٥ - | ٣] على خط الأعداد

(٥) ٢ | ٥]



الحل : طول الوتر = $\frac{1+5}{2} = 3$ وحدات طول
طول ضلع القائمة = $\frac{5-1}{2} = 2$ وحدة طول

حيث النقطة (هـ) تمثل ٢ | ٥] على خط الأعداد

الواجب : (١) أوجد مجموعة حل المعادلات : (س ∈ ن)

(٢) $2 = 2(7 + س)$

(١) $11 = 2 - 2س$

(٤) $3 = 3س - 5$

(٤) $9 = 2س$

(٢) عین النقاط الآتیه على خط الأعداد :



(٤) - ٤ + | ٥]

(٢) ٢ - | ٧]

(٢) - | ٣]

(١) | ٨]

مجموعة الأعداد الحقيقية (ح)

؟ هي المجموعة الناتجة من اتحاد مجموعة الأعداد النسبية والغير نسبية

لاحظ الفرق

$$\emptyset = \overline{A} \cap A$$

$$A \cup \overline{A} = \mathbb{R}$$

$$(1) \quad A \cup \overline{A} = \mathbb{R}$$

$$(2) \quad A \cup \overline{A} = \mathbb{R}$$

$$(3) \quad A \cup \overline{A} = \mathbb{R}$$

$$(4) \quad \emptyset = \overline{A} \cap A$$

* مجموعة الأعداد الحقيقية تمثل على خط الأعداد بمجموعة مرتبة تصاعدياً من اليسار لليمين

وتنازلياً من اليمين لليساار.

؟ (1) أكمل ما يلي :

$$(2) \quad 3 \quad] \quad 24 \quad \# \quad (2)$$

$$(4) \quad 4 \quad] \quad = \quad 8 \quad \# \quad (4)$$

$$(6) \quad \overline{A} \cup A = \mathbb{R} \quad \text{أو} \quad A \cup \overline{A} = \mathbb{R}$$

$$(1) \quad 2 \quad] \quad < \quad 5 \quad \# \quad (1)$$

$$(2) \quad 2 - \quad] \quad < \quad 24 - \quad \# \quad (2)$$

$$(5) \quad 1 - \quad] \quad < \quad 5 \quad \# \quad (5)$$

؟ (2) رتب الأعداد التالية تصاعدياً : 35 ، 14 ، 3 ، 5 ، 45 ، 25

الحل : $\therefore$ الأعداد هي : 35 ، 14 ، 9 ، 45 ، 25 ، 35

$$\therefore 45 > 25 > 14 > 9 > 35$$

$\therefore$ الترتيب هو : 45 ، 3 ، 14 ، 5 ، 35

خلى بالك : مجموعة حل المعادلة

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \quad \text{في } \mathbb{R} \quad \text{هي } \emptyset$$

حيث x عدد موجب

؟ (2) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

$$(1) \quad \text{مجموعة حل المعادلة : } x^2 + 9 = 0 \quad \text{في } \mathbb{R} \quad \text{هي } \emptyset$$

$$[\emptyset , \{ 3 \} , \{ -3 \} , \{ 3 \}]$$

(2) مربع مساحته 5 سم فإن طول قطره =

$$[5 , 5 , 10 , 25]$$

الواجب : (1) أوجد مجموعة حل المعادلة : $x^2 - 24 = 0$ في $\mathbb{R}$

(2) رتب الأعداد التالية تصاعدياً : 11 ، 5 ، 1 ، 3 ، 8 ، 11

الفترات...

===== (١) الفترة المحدودة : =====

مثال (١) : $\{س : س \geq ١، س \geq ٤\} = ٢$

الحل :



$\therefore س \in [١، ٤]$

مثال (٢) : $\{س : س \geq ٢، س > ٧\} = ٦$

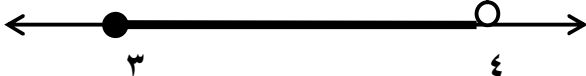
الحل :



$\therefore س \in]٢، ٧]$

(٢) الفترة نصف مفتوحة (نصف المغلقة)

مثال (٢) : $\{س : س \geq ٣، س > ٤\} = ٤$



الحل : $\therefore س \in [٣، ٤]$

مثال (٤) : $\{س : س \geq ٥، س > ٨\} = ٨$



الحل : $\therefore س \in [٥، ٨]$

مثال (٥) : أكتب بطريقة الصفة المميزة الفترة $[٣، ٥]$ ؟

الحل : $\{س : س \geq ٣، س > ٥\}$

ملاحظة هامة : (١) أكتب العدد الأصغر في بداية الفترة والأكبر في النهاية .

? (٢) $٢ \in [١، ٢]$ لكن $٢ \notin]١، ٢]$

===== (٢) الفترة غير المحدودة : =====

خلي بالك : (١) الرمز (∞) مالا نهاية : وهو أكبر من أي عدد حقيقي ويأخذ المكان

الثاني من أي فترة ، $\infty \notin ح$

(٢) الرمز $(-\infty)$ سالب مالا نهاية : وهو أصغر من أي عدد حقيقي

ويأخذ المكان الأول من أي فترة ، $-\infty \notin ح$

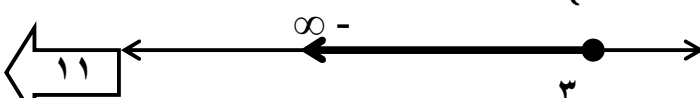
(٣) $س < ٢$ تأخذ ∞ ، $س > ٢$ تأخذ $-\infty$

مثال (٦) : $\{س : س \geq ٣، س \leq \infty\} = ٣$



الحل : $\therefore س \in [٣، \infty)$

مثال (٧) : $\{س : س \geq ٣، س \leq -\infty\} = ٣$



الحل : $\therefore س \in]-\infty، ٣]$

مثـ(٨)ـال : أكمل ما يلي :

$$\begin{aligned} (١) \quad ٣ \in [٧, ٢] \quad (٢) \quad (٢) \# [٨] \quad (٣) \quad [٥, ٠] \quad (٤) \quad [٢, ١] \quad (٥) \quad [٣, ١] \end{aligned}$$

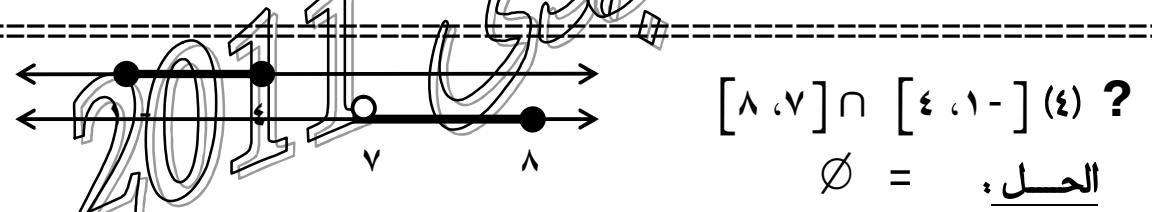
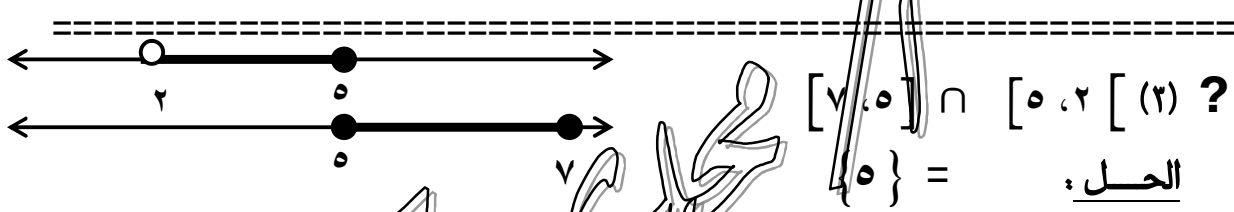
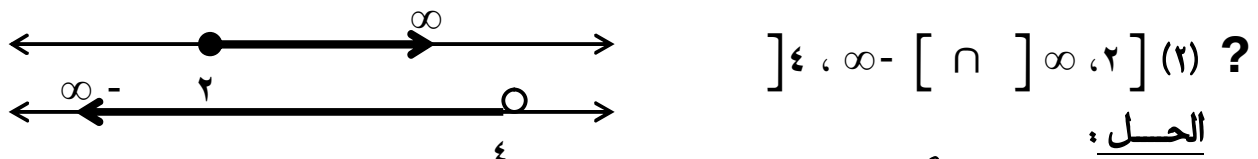
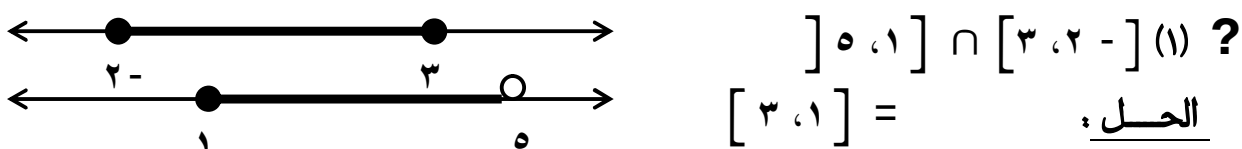
الواجب : أكتب ما يلي على صورة فترة ومثلها على خط الأعداد :

$$\begin{aligned} (١) \quad \{س : س \geq ٥, ح \exists س > ٧\} = ب \quad (٢) \quad \{س : س \geq ٥, ح \exists س > ٧\} = ب \\ (٣) \quad \{س : س \geq ٥, ح \exists س > ٧\} = ب \quad (٤) \quad \{س : س \geq ٥, ح \exists س > ٧\} = ب \\ (٥) \quad \{س : س \geq ٥, ح \exists س > ٧\} = ب \end{aligned}$$

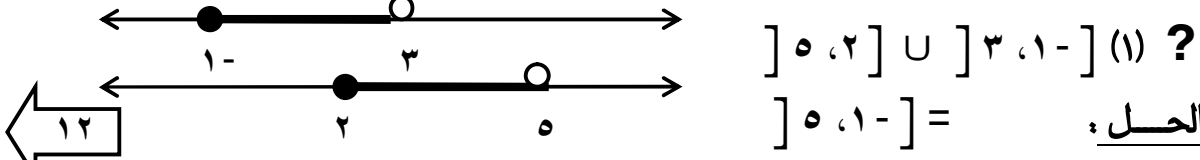
العمليات على الفترات ..

(١) عملية التقاطع $(\cap)$: وهى تعبر عن الجزء المكرر فى الفترتين .

أمثلة متنوعة :



(٢) عملية الإتحاد $(\cup)$: هو الجزء المعبر عن مجموع الفترتين أو إتحادهما معاً



$\leftarrow \xrightarrow{\infty} \bullet \xrightarrow{\infty} \rightarrow$ $[7, \infty - [\cup] \infty, 4]$ ؟ (٢)
 $\xleftarrow{\infty} \xrightarrow{\infty} \bullet \xrightarrow{\infty} \rightarrow$ $\xleftarrow{\infty} \xrightarrow{\infty} \bullet \xrightarrow{\infty} \rightarrow$
الحل:
 $\mathcal{C} =] \infty, \infty - [=$

$\xleftarrow{\infty} \xrightarrow{\infty} \bullet \xrightarrow{\infty} \rightarrow$ $] 1, \infty - [\cup] \infty, 1]$ ؟ (٢)
 $\xleftarrow{\infty} \xrightarrow{\infty} \bullet \xrightarrow{\infty} \rightarrow$ $\xleftarrow{\infty} \xrightarrow{\infty} \bullet \xrightarrow{\infty} \rightarrow$
الحل: $\mathcal{C} = \{1\}$

(٢) عملية الفرق (-) : هو الجزء الموجود في الفترة الأولى وغير موجود بالفترة الثانية .

$\xleftarrow{\infty} \xrightarrow{\infty} \bullet \xrightarrow{\infty} \rightarrow$ $[3, 0] - [2, 3 - [$ ؟ (١)
 $\xleftarrow{\infty} \xrightarrow{\infty} \bullet \xrightarrow{\infty} \rightarrow$ $\xleftarrow{\infty} \xrightarrow{\infty} \bullet \xrightarrow{\infty} \rightarrow$
الحل: $] 0, 3 - [=$

$\xleftarrow{\infty} \xrightarrow{\infty} \bullet \xrightarrow{\infty} \rightarrow$ $] 5, 7 - [-] \infty, 1]$ ؟ (٢)
 $\xleftarrow{\infty} \xrightarrow{\infty} \bullet \xrightarrow{\infty} \rightarrow$ $\xleftarrow{\infty} \xrightarrow{\infty} \bullet \xrightarrow{\infty} \rightarrow$
الحل: $] \infty, 7] =$

(٤) عملية المكملة (^) : هو الجزء الموجود في $\mathcal{C}$ وغير موجود بالفترة

مثال : أكمل ما يلي : (١) إذا كان $\mathcal{S} =] \infty, 1]$ فان : $\mathcal{S}^c = [1, \infty - [$

(٢) إذا كان $\mathcal{S} = [5, \infty - [$ فان : $\mathcal{S}^c =] \infty, 5]$

(٢) إذا كان $\mathcal{S} = [2, 1]$ فان : $\mathcal{S}^c = [1, \infty - [\cup] \infty, 2]$

؟ فترة مغلقة - مجموعة = فترة مفتوحة

ملاحظات هامة :

خلى بالك :

$] 7, 3] = \{7\} - [7, 3]$

$[7, 3[= \{3\} - [7, 3]$

مثال : $] 7, 3[= \{7, 3\} - [7, 3]$

أوجد ما يلي :

(١) $] 5, 3[= \{5\} \cup] 5, 3[$ الحل:

(٢) $] 5, 3[\cap] 5, 3[= \{5, 3\}$ الحل:

(٣) $] 5, 3[- \{5, 3\} = [5, 3 - [$ الحل:

الواجب : أكمل ما يلي :

(١) $] 5, 2[\cap [4, 1 - [= \dots$

(٢) $] 2, 1[- [2, 1[= \{2, 1\}$

(٥) إذا كان $\mathcal{S} = [\infty, 7 - [$ فان : $\mathcal{S}^c = \dots$

حل متباينات الدرجة الأولى في متغير واحد في ح

- ? (١) الجمع والطرح لا يغير من إتجاه علامة التباين
 ? (٢) الضرب والقسمة على أعداد موجبة لا تغير من إتجاه علامة التباين
 ? (٢) الضرب والقسمة على أعداد سالبة يغير إتجاه علامة التباين

أمثلة متنوعة :

(١) أوجد في ح مجموعة الحل للمتباينات الآتية ومثلها على خط الأعداد:

$$(١) \quad ٣س + ١ \leq ٧$$

الحل : $٣س + ١ \leq ٧$ $\therefore ٣س \leq ٦$ (بالقسمة على ٣)

$$\therefore ٣س \leq ٦$$

$$\therefore \frac{٣س}{٣} \leq \frac{٦}{٣}$$

$$\therefore ٣س \in]\infty, ٢]$$



$$(٢) \quad ٥ - ٢س > ٧$$

الحل : $٥ - ٢س > ٧$ $\therefore -٢س > ٢$ (بالقسمة على -٢)

$$\therefore -٢س > ٢ \quad (\text{تغير إتجاه العلامة}) \quad \therefore \frac{-٢س}{-٢} < \frac{٢}{-٢}$$

$$\therefore -٢س > ٢$$

$$\therefore ٢س < -١ \quad \therefore ٢س \in]\infty, -١[$$



$$(٢) \quad ٤س + ٧ > ٣$$

$$\therefore ٤س > -٤$$

$$\therefore ٤س > -٤$$

الحل : $٤س + ٧ > ٣$ $\therefore ٤س > -٤$

$$\therefore ٤س > -٤$$

$$\therefore ٤س > -٤ \quad \therefore ٤س \in]\infty, -١[$$



$$(٤) \quad \frac{١}{٢}س + ١ \geq ٢$$

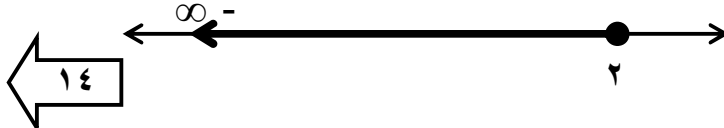
$$\therefore \frac{١}{٢}س + ١ \geq ٢ \quad (\text{بالضرب } \times ٢)$$

$$\therefore \frac{١}{٢}س + ١ \geq ٢$$

الحل : $\frac{١}{٢}س + ١ \geq ٢$ $\therefore \frac{١}{٢}س \geq ١$

$$\therefore \frac{١}{٢}س \geq ١ \quad \therefore \frac{١}{٢}س \times ٢ \geq ١ \times ٢$$

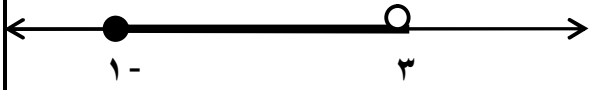
$$\therefore ١س \geq ٢ \quad \therefore ١س \in [٢, \infty[$$



$$(5) \quad 5 > 1 - s \geq 3 - 2$$

الحل: $1 + 3 - 2 \geq 1 + 1 - s \quad 1 + 5 > 1 - s$ (تم إضافة 1 للأطراف الثلاثة)

$$\therefore 2 - 2 \geq 2 - s \quad 6 > 2 \quad \text{(بالقسمة على 2 للأطراف الثلاثة)}$$

$$\therefore 1 - s \geq 3 > 2 \quad \therefore s \in] 3, 1 - [$$


$$(1) \quad 12 - s > 8 - 3$$

الحل: $3 - s - 5 > 8 + 12 - s \quad \therefore 2 - s > 4 -$ (بالقسمة على 2-)

$$\therefore s < 2$$

$$\therefore \frac{2-}{2-} < \frac{4-}{2-}$$

$$\therefore s \in] \infty, 2 [$$


$$(7) \quad 5 + s - > 3 - s \geq 1 - s$$

الحل: $-s + s - 1 - s \geq s + s - 3 - > 5 + s -$ (تم إضافة -s)

$$\therefore 1 - 2 \geq 3 - s > 5$$

$$\therefore 1 - 3 + 5 > 2 \geq 3 + 1 -$$

$$\therefore 2 \geq 2 - s > 8 \quad \text{(بالقسمة على 2)}$$

$$\therefore s \in] 4, 1 [$$

$$\therefore 1 > 4$$



? (2) إختار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) مجموعة حل المتباينة : $1 - s < 1$ في ح هي $\{ \quad \}$

(2) مجموعة حل المتباينة : $-s \geq 2$ في ح هي ... $\{ \quad \}$

الواجب: أوجد في ح مجموعة الحل للمتباينات الآتية ومثلها على خط الأعداد:

(2) $5 - s < 6$

(2) $2 - s > 7$

(1) $1 - 2 \geq 3 + s > 7$

العمليات على ح ...

؟ (١) عمليتي الجمع والطرح ...

يمكن إجراء عمليتي الجمع والطرح في ح بحيث يكون الناتج عدد حقيقي

$$Z \text{ مثال: } 2 = |3| + |3| \quad 5 = |3| \quad 9 = |7| - |4| \quad 5 = |7|$$

$$|5| + |5| = |10| \quad |5| - |9| = |5| \quad |5| \neq |8|$$

ملاحظة هامة: لا يمكن جمع أو طرح الجذور غير المتشابهة

$$Z \text{ مثال: } 3 + |2| \neq |5| \quad |8| - |5| \neq |3|$$

===== خواص عملية الجمع في ح ... =====

(١) خاصية الانغلاق: مجموع أي عددين حقيقيين هو عدد حقيقي

$$Z \text{ مثال: } |7| \in H \quad 2 + |7| = |9| \quad 3 = |7| \quad 7 \in H$$

(٢) خاصية الإبدال: الإبدال لا يؤثر على ناتج الجمع

$$Z \text{ مثال: } 3 + |5| = |8| \quad 5 + |3| = |8| \quad 7 = |4| + |3|$$

(٣) خاصية الدمج: عند جمع ثلاثة أعداد يمكن جمع عددين ثم جمع الناتج مع العدد الثالث

$$Z \text{ مثال: } (|7| + |2|) + |4| = |9| + |4| = |13| \quad 7 = |7| \quad 3 = |4| + |7|$$

(٤) الصفر هو المحايد الجمعي في (ح): فعند إضافته لأي عدد لا تتغير قيمة العدد

$$Z \text{ مثال: } |7| + 0 = |7| \quad 0 + |7| = |7|$$

(٥) المعكوس الجمعي لأي عدد هو نفس العدد ولكن بإشارة مختلفة

$$Z \text{ مثال: } |5| + (-5) = 0 \quad 5 = |5|$$

$$(-1) + |2| = |1| \quad (-2) + |1| = |1|$$

● عملية الطرح ليست إبدالية وليست دمجية

أمثلة متنوعة: أوجد في أبسط صورة:

$$Z (١) 2 + 3 + 5 + 3 =$$

$$= (2 + 3) + (3 + 5) = 5 + 8 = 13$$

الحل:

$$Z (٢) 2 + 3 + 7 + 2 =$$

$$= (2 + 3) + (7 + 2) = 5 + 9 = 14$$

الحل:

؟ (٢) أكمل ما يلي: (١) $3 + (-3) =$ صفر

(٢) المعكوس الجمعي للعدد 8 هو -8

? (٢) عمليتي الضرب والقسمة ... عملية الضرب ممكنة دائماً بحيث يكون الناتج عدد حقيقي

$$Z \text{ مثال: } [5] \times [7] = [35] , [3] \times [2] = [6]$$

$$[3] \times [5] = [15] , [2] \times [3] = [6]$$

خلي بالك :

$$(1) [p] \times [p] = [p^2] \text{ حيث } p \leq 0 \text{ (جذر } \times \text{ جذر = عدد من غير جذر)}$$

$$\text{مثال: } [5] \times [5] = [25] , [3] \times [3] = [9]$$

$$(2) [p] \# [q] \times [r] \# [s] = [p \times q] \# [r \times s] \text{ (٢ مرات من التكعيبي = العدد)}$$

$$\text{مثال: } [5] \# [5] \times [5] \# [5] = [25] \# [25] \text{ لكن } [5] \# [5] = [25]$$

===== خواص عملية الضرب في ح ... =====

(١) خاصية الانغلاق : حاصل ضرب أي عددين حقيقيين هو عدد حقيقي

$$\text{مثال: } [3] \in \mathbb{H} , [7] \in \mathbb{H} \text{ فإن } [3] \times [7] = [21] \in \mathbb{H}$$

(٢) خاصية الإبدال : الإبدال لا يؤثر على الضرب مثال : $[2] \times [5] = [10]$

$$(٢) \text{ خاصية الدمج : مثال: } [5] \times ([2] \times [3]) = ([5] \times [2]) \times [3] = [10] \times [3] = [30]$$

$$(٤) \text{ الواحد هو المحايد الضربي في (ح) : } [1] \times [5] = [5] \times [1] = [5]$$

(٥) وجود المعكوس الضربي : المعكوس الضربي هو مقلوب العدد

(للتخلص من الجذر في مقام نضرب البسط والمقام × الجذر)

خلي بالك :

$$(1) \frac{[2]}{[3]} = \frac{[2] \times [3]}{[3] \times [3]} = \frac{[6]}{[9]}$$

$$(2) \frac{[2]}{[2]} = \frac{[2] \times [2]}{[2] \times [2]} = \frac{[4]}{[4]}$$

(٦) توزيع الضرب على الجمع : مثال : $[2] \times ([3] + [7]) = ([2] \times [3]) + ([2] \times [7]) = [6] + [14] = [20]$

$$\text{أكمل ما يلي : (١) المعكوس الضربي للعدد } [5] \text{ هو ... الحل: } \frac{[5]}{[5]} = \frac{[5] \times [5]}{[5] \times [5]} = \frac{[25]}{[25]}$$

(٢) العدد الذي ليس له معكوس ضربي هو ... الحل : الصفر

$$(٣) ([2] \# [5])^3 = \dots \text{ الحل: } [2] \# [5] = [10] \text{ إذن } [10]^3 = [1000]$$

$$(٤) \text{ المعكوس الضربي للعدد } \frac{[2]}{[3]} \text{ هو ... الحل: } \frac{[2]}{[3]} = \frac{[2] \times [3]}{[3] \times [3]} = \frac{[6]}{[9]}$$

الواجب : ؟ أوجد ما يلي في أبسط صورة :

$$(٢) ([3] - [5]) \times [3]$$

$$(١) [3] + [5] - [3] \times [5]$$

$$? (١) [2] + [2] = \dots (٢) [2] \times [2] = \dots (٣) \frac{[2]}{[7]} = \dots$$

العمليات على الجذور التربيعية

إذا كان : p ، b عددين حقيقيين غير سالبين فإن :

? (١) $[p \times b] = [p] \times [b]$ مثال : Z $[2] \times [8] = [16] = 4$

? (٢) $[p] \times [b] = [p \times b]$ مثال : Z $[2] \times [5] = [10] = \sqrt{10}$

? (٣) $[p] \div [b] = [p \div b]$ مثال : Z $[18] \div [2] = [9] = 3$

? (٤) $\frac{[a]}{[b]} = \frac{[a]}{[b]} \times \frac{[1]}{[1]} = \frac{[a]}{[b]} \times \frac{[1]}{[1]} = \frac{[a]}{[b]}$ مثال : Z $\frac{[3]}{[3]} = \frac{[3]}{[3]} \times \frac{[16]}{[16]} = \frac{[48]}{[48]} = 1$

خلي بالك : (١) $[p] \times [b] = [p \times b]$ مثال : Z $[2] \times [4] = [8] = \sqrt{8}$

(٢) $[p] \times [b] = [p \times b]$ مثال : Z $[2] \times [3] = [6] = \sqrt{6}$

أمثلة متنوعة : ? ضع في أبسط صورة :

(١) Z $[2] - [18] - [50]$

الحل : $[2] = [2] - [2] \times 3 - [2] \times 5 = [2] - [2 \times 9] - [2 \times 25] = [2] - [18] - [50]$

(٢) Z $[5] - [20] + [45]$

الحل : $[5] = [5] - [5] \times 2 + [5] \times 3 = [5] - [5 \times 4] + [5 \times 9] = [5] - [20] + [45]$

(٣) Z $[18] - [8] + [2] \times 3$

الحل : $[2] \times 3 = [2 \times 9] - [2 \times 4] + [2 \times 1] = [18] - [8] + [2] \times 3$

(٤) Z $[1] \times 4 + [2] \times 3 - [50] \times 2$

الحل : $[2] \times 2 = [2 \times 4] - [2 \times 1] + [2 \times 1] = [8] - [2] + [2] = [8] - [2] + [2] = [8]$

(٥) Z $[2] \times 4 + [18] - [128] - [98]$

الحل : $[2] \times 4 = [2 \times 16] - [2 \times 64] - [2 \times 49] = [32] - [128] - [98]$

$[2] \times 4 = [2 \times 16] - [2 \times 64] - [2 \times 49] = [32] - [128] - [98]$

(٦) Z $[1] \times 5 - [12] - [1] \times 6 + [5] \times 2$

الحل : $[5] = [5] - [5] \times 2 + [5] \times 3 = [5] - [5 \times 4] + [5 \times 9] = [5] - [20] + [45]$

$$Z (٧) [٩٨] + [٥٠] - \frac{1}{2} [٢/٠٠] - [٢]$$

$$\underline{\text{الحل:}} = [٢ \times ١/٠٠] - [٢ \times ٢٥] + [٢ \times ٤٩] = \frac{1}{2} [٢ \times ١/٠٠] - [٢ \times ٢٥] + [٢ \times ٤٩] = [٢] - [٥٠] + [٩٨] = [٤٨]$$

$$Z (٨) [٤٨] - [٢٧] + [٢٧] - \frac{1}{3} [٢]$$

$$\underline{\text{الحل:}} = [٣ \times ١٦] - [٣ \times ٩] + [٣ \times ٩] = [٣] - [٣] + [٣] = [٣]$$

$$Z (٩) [١٢] + [٧٥] - \frac{18}{3}$$

$$\underline{\text{الحل:}} = \frac{[٣]}{3} \times \frac{18}{3} - [٢/٥ \times ٣] + [٤ \times ٣] = [٣] - [٢] + [١٢] = [١٣]$$

$$? (١) (ب + پ) (ب - پ) = ب^٢ - پ^٢$$

$$\underline{\text{مثال:}} Z (ب + پ) (ب - پ) = (٣ + ٥) (٣ - ٥) = ٣ - ٥ = -٢$$

$$Z (٢) (٣ + ٧) (٣ - ٧) = ٣ - ٧ = -٤$$

$$? (٢) (ب + پ) = ب^٢ + بپ + پ^٢$$

$$\underline{\text{مثال:}} Z (ب + پ) = (٥ + ٣) = ٨$$

$$? (٢) (ب - پ) = ب^٢ - بپ + پ^٢$$

$$\underline{\text{مثال:}} Z (ب - پ) = (٥ - ٣) = ٢$$

$$? \text{ إذا كان: } [٣ - ٥] = -٢, [٣ + ٥] = ٨, \text{ أوجد قيمة: } [٢] \text{ س + ص, س ص}$$

$$\underline{\text{الحل:}} [٣ - ٥] = -٢, [٣ + ٥] = ٨, [٢] = ١٠$$

$$[٢] \times [٣ - ٥] = [٢] \times -٢ = -٤, [٢] \times [٣ + ٥] = [٢] \times ٨ = ١٦, [٢] = ١٨ - ٢٥ = -٧$$

$$? \text{ أكمل ما يلي: } (١) (١ - ٢) (١ + ٢) = ١ - ٤ = -٣$$

$$(٢) \text{ العدد التالي في النمط: } [٣], [٢٧], [٤٨], \text{ هو } [٧٥]$$

$$(٢) [٥] + [٥] = [١٠], \text{ الحل: } [٢] = [٤ \times ٥] = ٢٠$$

$$\underline{\text{الواجب:}} [١] \text{ إختصر لأبسط صورة: } [١٨] + [٣٢] - [١٨] + [٢]$$

$$(٢) (٣ + ٧) = ١٠$$

$$(٢) [٢٧] - [٢٧] + [١٢] - \frac{1}{3} [٢] = ٠$$

العددان المترافقان ...

? إذا كان : $p, b \in \mathbb{N}^+$ فإن : $(p + b) (p - b)$ كلاهما مرافق للآخر

C مجموعهما $p^2 = 2p$ (ضعف الحد الأول)

C العدد $\times$ مرافقه $p - b$ (مربع الحد الأول - مربع الحد الثاني)

ملاحظة هامة : (١) $s^2 + 2s + 2 = (s + 2)^2$

(٢) $s^2 - 2s + 2 = (s - 2)^2$

أمثلة متنوعة : (١) إذا كانت : $s = \frac{4}{|3| - |7|}$ ، $v = |3| - |7|$

أثبت أن : s, v عددان مترافقان ؟ ثم أوجد قيمة : $s^2 + 2s + 2$

الحل : $s = \frac{4}{|3| - |7|} = \frac{|3| + |7|}{|3| - |7|} \times \frac{4}{|3| + |7|} = \frac{3 + 7}{3 - 7} = \frac{10}{-4} = -\frac{5}{2}$

$\therefore s = -\frac{5}{2}$ ، $\therefore v = |3| - |7| = -4$ $\therefore$ العددان مترافقان

المقدار $= (s + v)^2 = (-\frac{5}{2} - 4)^2 = (-\frac{13}{2})^2 = \frac{169}{4} = 42.25$

(٢) إذا كانت : $s = |3| - |5| = -2$ ، $v = \frac{2}{|3| - |5|} = -1$ ، فوجد قيمة : $s^2 - 2s + 2$

الحل :

$v = \frac{2}{|3| - |5|} = \frac{|3| + |5|}{|3| - |5|} \times \frac{2}{|3| + |5|} = \frac{3 + 5}{3 - 5} = \frac{8}{-2} = -4$

المقدار $= (s - v)^2 = (-2 - (-4))^2 = (-2 + 4)^2 = 2^2 = 4$

(٢) إذا كانت : $p = \frac{1}{|2| + |3|} = \frac{1}{5}$ ، $b = \frac{2}{|2| + |3|} = \frac{2}{5}$ ، فوجد قيمة : $p^2 - 2p + 2$ ؟

الحل :

$b = \frac{2}{|2| + |3|} = \frac{|2| + |3|}{|2| + |3|} \times \frac{2}{|2| + |3|} = \frac{2 + 3}{2 + 3} = \frac{5}{5} = 1$

$p^2 - 2p + 2 = (\frac{1}{5})^2 - 2(\frac{1}{5}) + 2 = \frac{1}{25} - \frac{2}{5} + 2 = \frac{1 - 10 + 50}{25} = \frac{41}{25}$

$= \frac{41}{25} = 1.64$

$p^2 + 2p = (\frac{1}{5})^2 + 2(\frac{1}{5}) = \frac{1}{25} + \frac{2}{5} = \frac{1 + 10}{25} = \frac{11}{25}$

(٤) إذا كان : س = ٢ - |٢| - |٣| ، ص = $\frac{٥}{|٣| - |٢|}$ ، أثبت أن : س ، ص عددان مترافقان
وأوجد قيمة : $\frac{س + ص}{س ص}$ ؟

الحل :

$$٢ + |٢| = \frac{٥}{|٣| - |٢|} \times \frac{|٣| + |٢|}{|٣| + |٢|} = \frac{|٣| + |٢|}{٣ - ٢} = ٥$$

∴ س ، ص عددان مترافقان

$$٢ + ص = ٣ - |٢| = ١$$

$$٥ = ٣ - ٢ \times ٤ = (٣ + |٢|) (٣ - |٢|)$$

$$\frac{|٢|}{٥} = \frac{س + ص}{س ص}$$

(٥) إذا كان : $\frac{١١}{٣ + |٥|} = پ + ٥$ ، ب ؟

الحل :

$$٣ - ٥ = ب ، ٢ = پ ∴ ٣ - ٥ = \frac{(٣ + |٥|) ١١}{٩ - ٥ \times ٤} = \frac{٣ - |٥|}{٣ - |٥|} \times \frac{١١}{٣ + |٥|}$$

(٦) إذا كان : $\frac{٤}{|٣| - |٧|} = پ$ ، $\frac{٤}{|٣| + |٧|} = ب$ ، أوجد قيمة : $\frac{ب - پ}{ب پ}$ ؟

الحل :

$$٣ + ٧ = \frac{(٣ + |٧|) ٤}{٣ - ٧} = \frac{|٣| + |٧|}{|٣| - |٧|} \times \frac{٤}{٣ - ٧} = پ$$

$$٣ - ٧ = \frac{(٣ - |٧|) ٤}{٣ - ٧} = \frac{|٣| - |٧|}{|٣| - |٧|} \times \frac{٤}{٣ - ٧} = ب$$

$$\frac{|٣|}{٢} = \frac{|٣|}{٤} = \frac{|٣| + |٧| - |٣| + |٧|}{٣ + ٧} = \frac{ب - پ}{ب پ}$$

؟ (٦) أكمل ما يلي :

- (١) إذا كان : س = ٢ + ٣ فإن مترافقا $\frac{٢}{٣} - \frac{٣}{٢}$ وحاصل ضربهما $\frac{٧}{٢}$
- (٢) المقلوب الضربي للعدد (٢ + ٣) هو $\frac{٢}{٣} + \frac{٣}{٢}$
- (٢) $٢ = ٥ - ٧ = (٥ + ٧) (٥ - ٧)$

الواجب : ؟ إذا كان : $٢ + ٥ = پ$ ، $\frac{٣}{|٢| + |٥|} = ب$ ، أوجد قيمة :

$$٢ پ + ٢ ب$$

$$(٢) (ب - پ)$$

$$(١) ٢ پ + ٢ ب + ٢ پ$$

العمليات على الجذور التكعيبية ...

' إذا كان : ٢ ، ب ٣ ح فإن :

مثال Z $2 = [8] \# = [4] \# \times [2] \#$ $؟ (١) [٢] \# = [٢] \# \times [٢] \#$

مثال Z $[5] \times 2 = 8 \times 5 = [40]$ $[b] \times p = [b \times p]$ ؟ (٢)

٣] # = $\frac{1}{9} \times ٢٧$] # = $\frac{1}{9}$] # ٣ مثال $٣] # = ٢] #$ ؟ (٤)

$\gamma = [\alpha]^\# = \frac{[\beta\beta]^\#}{\epsilon} \quad \text{مثال} \quad \frac{[\frac{\gamma}{\beta}]^\#}{\beta} = \frac{\gamma^\#}{[\beta]^\#} \quad (2) ?$

خلى بالك :

مثال ، $Z = [e]^\# - [e]^\#$ (۱) $[p]^\# - [p]^\#$

مثال ، $\epsilon] \# = \epsilon] \# \times \epsilon] \# \mathbb{Z}$ ، $\epsilon] \# = \epsilon] \# (2)$

أمثلة متنوعة :

ضع في أبسط صورة: ؟ (١) $[\frac{250}{10}] \# - [\frac{54}{4}] \# - [\frac{16}{6}] \#$

الحل : $[\# 2 - \# 3 - \# 5] \times 2 = [\# 2 \times 2] - [\# 3 \times 2] - [\# 5 \times 2] = 2 - 6 - 10 = -14$

$$[\gamma, \alpha]^\# + \epsilon]^\# - [\phi, \alpha]^\# \quad (2) \quad ?$$

$$٤] \# ٧ = ٤] \# ٣ + ٤] \# - ٤] \# ٥ = [٢٧ \times ٤] \# - ٤] \# - ١٢٥ \times ٤] \# = , \text{الحل}$$

$$\frac{1}{9}] \# 3 - [6, 4 -] \# + [8, 1] \# \quad (2) \quad ?$$

الحل : $= 3 \times 3 - 3 \times 2 - 3 \times 3 = \frac{1}{9} \times 27 - 8 \times 3 - (27 \times 3) =$

$$1 - \frac{|1|}{3} \quad 9 - 27 \quad \# \frac{1}{3} + |27| \quad (2) ?$$

الحل : $1 - [27] - 1 + [27] = 1 - [81 \times \frac{1}{3}] - 1 + [27] =$

? إثبت أن :

صفر = ۵۴ | #۲ - ۱۶ | #۴۸ | #۱۲

الحل : الطرف الايمن = $(6 \times 2) + (2 \times 8) + (2 \times 7) = 12 + 16 + 14 = 42$

$$12 \div (4 \times 2) = 16 \div 8 = 2$$

الحل: الطرف الايمن = $\# \times ٢٧ \times ٢ \# + \# \div ٨ \times ٢ \# - ٤ \# = ٣ \# + ٢ \times ٢ \# \div ٦ \# - ٤ \#$

الواجب :

$$\left[\frac{1}{9} \right] \# 3 + 3 \# 2 - 8 \# 1 \# (1)$$

$$[16] \# 0 + \frac{1}{4} [1] \# 1 + 0.4 [2] \# (2)$$

تطبيقات على الجذور التربيعية والتكعيبية ...

? مساحة ومحيط بعض الأشكال الهندسية :

الشكل	المحيط	المساحة
المستطيل	$2 \times (\text{الطول} + \text{العرض})$	$\text{الطول} \times \text{العرض}$
المربع	$4 \times \text{طول الضلع}$	$\text{طول الضلع} \times \text{نفسه}$
المثلث	مجموع أطوال أضلاعه	نصف القاعدة $\times$ الارتفاع

? وحدات القياس : (١) المحيط = سم / م (٢) المساحة = سم^٢ / م^٢ (٣) الحجم = سم^٣ / م^٣

$$\begin{aligned} (١) \text{ محيط الدائرة} &= ٢ \pi \text{ نو} \\ (٢) \text{ مساحة الدائرة} &= \pi \text{ نو}^2 \\ (٣) \text{ محيط الدائرة} &= \frac{١}{٢} \pi \text{ نو}^2 + \pi \text{ نو} \end{aligned}$$

(١) الدائرة ...

أمثلة متنوعة . (١) دائرة طول قطرها ١٤ سم . إحسب محيطها ومساحتها ؟ $(\frac{٢٢}{٧} = \pi)$

الحل : طول نصف قطر الدائرة = ٧ سم

$$\text{محيط الدائرة} = ٢ \pi \text{ نو} = ٢ \times \frac{٢٢}{٧} \times ٧ = ٤٤ \text{ سم}$$

$$\text{مساحة الدائرة} = \pi \text{ نو}^2 = \frac{٢٢}{٧} \times ٧ \times ٧ = ١٥٤ \text{ سم}^2$$

(٢) دائرة مساحتها ٢٥π سم^٢ . إحسب محيطها بدلالة π ؟

الحل : مساحة الدائرة = $\pi \text{ نو}^2$ $\therefore \pi \text{ نو}^2 = ٢٥ \pi$ $\therefore \pi \text{ نو}^2 = \pi \times ٥ \times ٥$ $\therefore \text{نو} = ٥$ سم

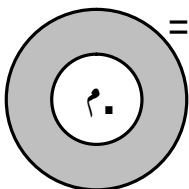
$$\text{محيط الدائرة} = ٢ \pi \text{ نو} = ٢ \times \pi \times ٥ = ١٠ \pi$$

(٣) دائرة محيطها ٨٨ سم . أوجد مساحتها ؟ $(\frac{٢٢}{٧} = \pi)$

$$\therefore ٨٨ = ٢ \times \frac{٢٢}{٧} \times \text{نو} \therefore \text{نو} = \frac{٧}{٤} \times ٨٨ = ١٤ \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{٤٤}{٧} \text{ نو} = ٨٨ \therefore \text{نو} = \frac{٧}{٤} \times ٨٨ = ١٤ \text{ سم}$$

$$\text{مساحة الدائرة} = \pi \text{ نو}^2 = \frac{٢٢}{٧} \times ١٤ \times ١٤ = ١٦ \pi \text{ سم}^2$$



(٤) في الشكل المقابل : دائرتان متحدتان المركز طول نصف قطريهما ٥ سم و ٣ سم

إحسب مساحة الجزء المظلل ؟ الحل :

$$\text{مساحة الدائرة الكبرى} = \pi \text{ نو}^2 = ٢٥ \pi \text{ سم}^2 , \text{ مساحة الدائرة الصغرى} = \pi \text{ نو}^2 = ٩ \pi \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة الجزء المظلل} = \text{مساحة الدائرة الكبرى} - \text{مساحة الدائرة الصغرى} = ١٦ \pi \text{ سم}^2$$

(٢) المكعب ..

بفرض طول حرفه = ل

$$(١) \text{ مساحة الوجه الواحد } = ل^2 \quad (٢) \text{ المساحة الجانبية } = ٤ ل^2$$
$$(٢) \text{ المساحة الكلية } = ٦ ل^2 \quad (٤) \text{ الحجم } = ل^3$$

أمثلة متنوعة :

(١) مكعب طول حرفه = ٥ سم . إحسب مساحته وحجمه ؟

الحل :

$$ل / م = ٦ ل^2 = ٦ \times ٥^2 = ١٥٠ \text{ سم}^2$$

$$\text{الحجم} = ل^3 = (٥)^3 = ١٢٥ \text{ سم}^3$$

(٢) مكعب حجمه ٦٤ سم^٣ . إحسب مساحته ؟

الحل :

$$\text{طول الحرف} = \sqrt[3]{٦٤} = ٤ \text{ سم}$$

$$ل / م = ٦ ل^2 = ٦ \times ٤^2 = ٩٦ \text{ سم}^2$$

(٢) مكعب مساحته الجانبية = ١٤٤ سم^٢ . إحسب حجمه ؟

الحل :

$$ل / م = ٤ ل^2 = ١٤٤ \quad \therefore ل = ٦ \text{ سم} \quad \therefore ل^3 = ٣٦$$

$$\text{الحجم} = ل^3 = (٦)^3 = ٢١٦ \text{ سم}^3$$

(٤) أكمل ما يلي : (١) المكعب الذي طول ضلعه ٢ ل سم فإن حجمه = ٨ ل^٣ سم^٣

(٢) مكعب حجمه ٢ [٢ سم^٣ فإن طول حرفه = ٢] سم

(٢) متوازي المستطيلات .. (١) ل / م = ج = محيط القاعدة × الارتفاع = ٢ (س + ص) × ع

$$ل / م = ل = \text{المساحة الجانبية} + ٢ \text{ مساحة القاعدة} = ٢ (س + ص + ع) \times ع$$

$$(٢) \text{ الحجم} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع} = س \times ص \times ع$$

أمثلة متنوعة : (١) متوازي مستطيلات أبعاده : ٢ ، ٣ ، ٥ سم . إحسب مساحته وحجمه ؟

الحل :

$$ل / م = ج = \text{محيط القاعدة} \times \text{الارتفاع} = ٢ (٢ + ٣) \times ٥ = ٥٠ \text{ سم}^2$$

$$ل / م = ل = \text{المساحة الجانبية} + ٢ \text{ مساحة القاعدة} = ٢ (٢ + ٣ + ٥) \times ٥ = ٦٢ \text{ سم}^2$$

$$\text{الحجم} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع} = ٢ \times ٣ \times ٥ = ٣٠ \text{ سم}^3$$

$$س = ٢$$

$$ص = ٣$$

$$ع = ٥$$

$$٢٤$$

(٢) متوازي أضلاع ارتفاعه ٤ سم وقاعدته مربعة الشكل طول ضلعها ٥ سم. أوجد مساحته وحجمه؟

الحل : م / ج = محيط القاعدة × الارتفاع = $4 \times 5 \times 4 = 80$ سم^٢

م / ل = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة = $25 \times 2 + 80 = 130$ سم^٢

الحجم = مساحة القاعدة × الارتفاع = $4 \times 5 \times 5 = 100$ سم^٣

(٢) مكعب من المعدن طول حرفه ١٢ سم. صهر وحول إلى متوازي مستطيلات قاعدته على شكل

مستطيل بعباءة : ١٦ سم ، ٩ سم . أحسب ارتفاعه ؟

الحل : حجم المكعب = حجم متوازي المستطيلات

$$12 \times 12 \times 12 = 16 \times 9 \times ع$$

$$\therefore ع = \frac{12 \times 12 \times 12}{9 \times 16} = 12 \text{ سم}$$

(٤) أكمل ما يلي : (١) متوازي المستطيلات الذي أبعاده [٢ ، ٣ ، ٦ سم فإن حجمه = ٦ سم^٣

(٢) المساحة الجانبية لمتوازي المستطيلات = محيط القاعدة × الارتفاع

الواجب : (١) دائرة طول قطرها [١٤ / سم . إحسب مساحتها ؟

(٢) مكعب طول حرفه ٣ سم . إحسب مساحته وحجمه ؟

(٢) متوازي مستطيلات أبعاده ٣ ، ٤ ، ٥ سم . إحسب مساحته وحجمه ؟

م / ج = محيط القاعدة × الارتفاع = $2\pi \times ع$

م / ل = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة =

$2\pi \times ع + 2\pi \times ع^2 =$

الحجم = مساحة القاعدة × الارتفاع = $2\pi \times ع^3$

(٤) الأسطوانة الدائرية القائمة ...

أمثلة متنوعة : (١) أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ١٠ سم وطول قطر قاعدتها ١٤ سم . إحسب

مساحتها وحجمها ؟

الحل : م / ج = محيط القاعدة × الارتفاع = $2 \times \frac{22}{7} \times 10 \times 2 = 440$ سم^٢

م / ل = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة = $440 + 7 \times 7 \times \frac{22}{7} \times 2 = 748$ سم^٢

الحجم = مساحة القاعدة × الارتفاع = $10 \times 7 \times 7 \times \frac{22}{7} = 1540$ سم^٣

(٢) إذا كان ارتفاع إسطوانه دائرية قائمة = طول نصف قطر قاعدتها ، وحجمها ٧٢π سم^٣

أحسب ارتفاع الاسطوانة ؟

الحل : حجم الاسطوانة = π نو^٢ ع $\therefore$ ع = نو

$\therefore$ حجم الاسطوانة = π نو^٣ $\therefore \pi ٧٢ = \pi$ نو^٣ $\therefore$ نو = $\sqrt[3]{٧٢} = ٤$ سم

(٢) أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ١٠ سم ، وحجمها ٩٠ ط سم^٣ . أوجد طول نصف قطرها ثم

أحسب مساحتها الجانبية ؟

الحل : حجم الاسطوانة = π نو^٢ ع $\therefore ٩٠ = \pi$ نو^٢ ع $\therefore$ نو^٢ ع = ٩٠

$\therefore ١٠ = نو^٢ \therefore نو = \sqrt{١٠} = ٣$ سم

مساحة الجانبية = ٢π نو ع = $٢ \pi \times ٣ \times ١٠ = ٦٠ \pi$ سم^٢

(٤) إسطوانة دائرية قائمة محيط قاعدتها = ٨٨ سم وارتفاعها ١٠ سم. أوجد حجمها ؟ $(\frac{٢٢}{٧} = \pi)$

الحل : محيط القاعدة = ٢π نو = ٨٨

$\therefore ٨٨ = ٢ \pi \times نو \therefore نو = \frac{٨٨}{٢ \pi} = \frac{٢٢}{\pi}$

حجم الاسطوانة = π نو^٢ ع = $\pi \times (\frac{٢٢}{\pi})^2 \times ١٠ = ٦١٦٠$ سم^٣

(٢) حجم الكرة = $\frac{٤}{٣} \pi$ نو^٣

(١) مساحة الكرة = ٤π نو^٢

(٥) الكرة ...

(١) كرة نصف قطرها ٧ سم . أحسب مساحتها وحجمها ؟ $(\frac{٢٢}{٧} = \pi)$

الحل : مساحة الكرة = ٤π نو^٢ = $٤ \pi \times ٧^2 = ١٩٦ \pi$ سم^٢

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣} \pi$ نو^٣ = $\frac{٤}{٣} \pi \times ٧^3 = \frac{٣٤١٢ \pi}{٣}$ سم^٣

(٢) كرة حجمها ٣٦π سم^٣ . أحسب مساحتها

الحل : حجم الكرة = $\frac{٤}{٣} \pi$ نو^٣ = ٣٦π

$\therefore نو = \sqrt[3]{\frac{٣٦ \times ٣}{٤ \pi}} = ٣$ سم

$\therefore نو = ٣$ سم

$\therefore نو = ٣$ سم

مساحة الكرة = ٤π نو^٢ = $٤ \pi \times ٣^2 = ٣٦ \pi$ سم^٢

(٢) كرة من المعدن طول قطرها ٦ سم . صهرت وحولت إلى أسطوانة دائرية قائمة طول نصف

قطر قاعدتها ٢ سم . أحسب ارتفاع الاسطوانة ؟

أول ما تلاقى صهرت

الحجم الأول = الحجم الثاني

الحل : حجم الكرة = حجم الاسطوانة

$$\pi \frac{4}{3} \text{نو}^3 = \pi \frac{4}{3} \text{نو}^3 \text{ع}$$

$$\therefore 27 \times \pi \times \frac{4}{3} = 9 \times \pi \times \frac{4}{3}$$

$$\therefore 36 = 9 \text{ع} \quad \therefore 4 = \text{ع سم}$$

(٤) كرة حجمها 36π سم^٣ وضعت داخل مكعب فمست أوجهه الستة . أوجد طول نصف

قطر الكرة وحجم المكعب ؟

الحل : حجم الكرة = حجم المكعب

$$\therefore \text{طول حرف المكعب} = 2 \text{نو} \quad \therefore 36\pi = \pi \frac{4}{3} \text{نو}^3$$

$$\therefore 27 = \frac{4}{3} \times 36 = \text{نو}^3 \quad \therefore \text{نو} = 3 \text{سم}$$

$$\text{طول حرف المكعب} = 2 \times 3 = 6 \text{سم} \quad \text{حجم المكعب} = 6^3 = 216 \text{سم}^3$$

(٥) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) حجم كرة طول قطرها ٦ سم =سم^٣ [288π ، 36π ، 12π ، 288]

(٢) إذا كان حجم كرة = $\frac{9}{16}\pi$ سم^٣ فإن طول نصف قطرها = ...سم [$\frac{1}{3}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{4}{3}$ ، 9]

الواجب : (١) كرة حجمها $\frac{500}{3}\pi$ سم^٣ . أوجد طول قطرها ؟

(٢) أيهما أكبر في الحجم : أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٧ سم وارتفاعها ١٠ سم

أم مكعب طول حرفه = ١١ سم ؟

حل معادلات الدرجة الأولى في متغير واحد في ح ...

أوجد في ح مجموعة الحل ومثلها على خط الاعداد :

(بالقسمة على ٣)

$$3 = \frac{3}{3}$$

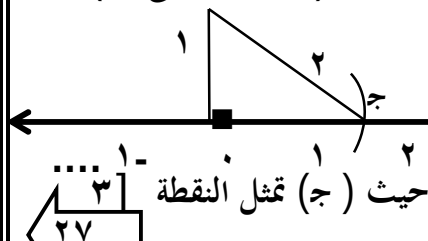
$$3 = \frac{3}{3}$$

الحل :

$$\therefore \frac{3}{3} = \frac{3}{3}$$

$$\therefore \frac{3}{3} = \frac{3}{3} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{3}$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{ 3 \}$$



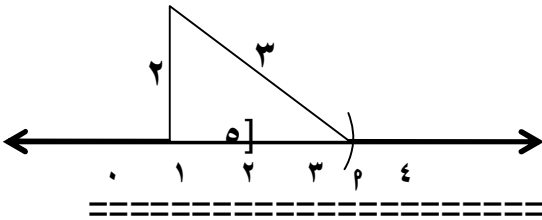
$$s = 1 - \sigma$$

الحل :

$$١ + ٥] = \text{س}$$

$$\{1 + 5\} = \text{مجموعة الحل}$$

حيث (٢) تمثل النقطة $٥ + ١$



$$(۲) \quad \gamma \text{ س} - \gamma] = \gamma] \quad \gamma]$$

الحل :

$$v] + v] \text{ ۶} = \text{س } v$$

$$\therefore V = V_s$$

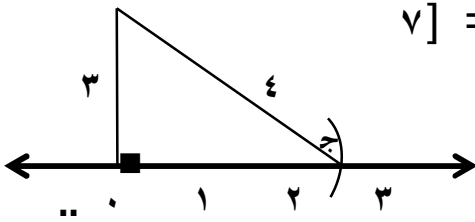
(بالقسمة على ۷)

$$\frac{[v] \ v}{v} = \text{س} \ \frac{v}{v}$$

$$v] = \text{س} \therefore$$

$$\{v\} = \text{مجموعة الحل}$$

حيث (ج) تمثل النقطة [٧



أوجد في ح مجموعة الحل ومثلها على خط الأعداد :

الواجب :

$$(۱) \quad ۲] \text{ س } - ۱ = ۱$$

(۲) ۲ س - ۳ = ۴

(يلا كمان حل تمارين الكتاب)

تمارين متنوعة

$$1 = 2 - \cancel{0} \equiv \cancel{1} - \cancel{1} \# + 9 \quad (1)$$

(٢) إنشاء على شكل مكعب سعته ٨ لترات يكون طول حرفه الداخلي = ٢٠ سم

(٢) مجموعة حل المعادلة: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ في ح هي

$$\|f\| = \|(f - g) + g\| \leq \|f - g\| + \|g\| \quad (4)$$

(5) المستطيل الذي بعده $(1 + 5)$ و $(1 - 5)$ تكون مساحته $\neq (1 - 5) = 4$ سم²

$$r \circ \cdot] \# = r] \# \circ = r] \# \circ + r] \# \circ = \wedge \times r] \# + r \vee \times r] \# = \vee \vee -] \# - \circ \circ] \# (1)$$

$$\{ \bullet, \vee \} = \vee \bullet - [- [\bullet, \vee]] \quad (V)$$

(٨) مجموعة حل المعادلة : $2x - 1 = 3$ في ح هي $x = \frac{4}{2} = \frac{2}{1}$

(٩) الكرة التي طول قطرها ٦ل وحدة طولية يكون حجمها $\frac{4}{3} \times \pi \times ٢٧ \times ٦$ وحدة مكعبة

$$\mathbf{0} = [\mathbf{r}_0] = [\mathbf{1} : \mathbf{r}_0 : -]^\# \quad (1)$$

تمت بحمد الله تعالى وتوفيقه ... مع تمنياتي بالنجاح والتفوق /أ/ مجدي جمال