

مراجعة ليلة الامتحان في الاحصاء

بنك أسئلة .. لن يخلو منه

اعداد أسرة الرياضيات :



محمود مبارك



محمود حسني

<http://adz4u-owh2010.blogspot.com/eg/>



عبد الرحمن خلف



محمد الشريف



محمد مصطفى



محمد السيسى

المتوسط $\mu = \frac{20}{7}$

التباين $\sigma^2 = \frac{70}{7} - \left(\frac{20}{7}\right)^2 = 2.00$

الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{2.00} = 1.6$

معامل الاختلاف $\left(\frac{\sigma}{\mu} \times 100\right)\%$

إذا كان س متغير عشوائي متصل له

دالة كثافة احتمال

د (س) = $\frac{1}{10} (س + 1)$ $0 \leq س \leq 4$

فيما عدا ذلك صفر

(1) أوجد قيم الثابت أ

(2) $0 \leq س \leq 1$

(3) $2 \leq س \leq 3$

احتمال أن يدرس الكيمياء والتاريخ

ل (1 ∩ ب) = $\frac{15}{10} = \frac{3}{2}$

(1) احتمال أن يدرس الكيمياء أو التاريخ

ل (1 ∪ ب) = ل (1) + ل (ب) - ل (1 ∩ ب)

$\frac{3}{5} = \frac{3}{10} - \frac{3}{2} + \frac{1}{2} =$

(2) احتمال أن يدرس الكيمياء فقط

ل (ب - 1) = ل (ب) - ل (1 ∩ ب)

$\frac{1}{5} = \frac{3}{10} - \frac{3}{2} =$

(3) لا يدرس أي من المادتين

$\frac{2}{5} = \frac{3}{5} - 1 =$

إذا كان س متغير عشوائي متقطع

توزيعه الاحتمالي كالآتي:

س	3	2	1	0
د (س)	0.4	1	0.2	0.1

(1) أوجد قيمة أ

(2) المتوسط والانحراف المعياري

الحل

∴ مجد (س) = 1

∴ $1 = 1 - (0.1 + 0.2 + 0.4) =$

س	3	2	1	0
س ² د (س)	0.2	1.2	3.6	0
س	3	2	1	0
س د (س)	0.2	0.6	1.2	0
س	3	2	1	0
س د (س)	0.2	0.6	1.2	0
س	3	2	1	0
س د (س)	0.2	0.6	1.2	0

∴ المتوسط = مجد س د (س) = 2

التباين = مجد س² د (س) - (مجد س د (س))²

$1 = 2 - 0 =$

الانحراف المعياري

$\sigma = \sqrt{1} = 1$

إذا كان س متغير عشوائي متقطع

توزيعه الاحتمالي:

س	4	3	2	1	0
د (س)	0.1	1	0.1	0.3	0.4

وكان وسطه الحسابي = 1.2 أوجد:

قيمة كلاً من أ و ب

الحل

∴ مجد (س) = 1

∴ $1 = 1 - (0.1 + 0.1 + 0.3 + 0.4) =$

مجد س د (س)

$1.2 = 0.4 + 3 + 0.2 + 0.3 + 0 =$

1 إذا كان أ ب حدثين من فضاء عينة

لتجربة عشوائية ما وكان ل (1) = 0.5

ل (ب) = 0.3 ل (1 ∩ ب) = 0.2 أوجد:

ل (1) ل (1 ∪ ب) ل (1 ∩ ب)

الحل

ل (1) = 1 - ل (1 ∩ ب) = 1 - 0.2 = 0.8

ل (1 ∪ ب) = ل (1) + ل (ب) - ل (1 ∩ ب)

$0.6 = 0.8 + 0.3 - 0.2 =$

ل (1 ∩ ب) = ل (ب) - ل (1 ∩ ب)

$0.1 = 0.3 - 0.2 =$

2 إذا كان أ ب حدثين متنافيين من

فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان

ل (1) = 0.28 ل (ب) = 0.42 أوجد:

ل (1 - ب) ل (1 ∪ ب)

الحل

∴ ب حدثان متنافيان

∴ ل (1 ∩ ب) = صفر

ل (1 - ب) = ل (1) - ل (1 ∩ ب) = 0.28

ل (1 ∪ ب) = ل (1) + ل (ب) - ل (1 ∩ ب)

$1 = 0.28 + 0.42 - 0 =$

3 إذا كان أ ب حدثان من فضاء عينة

لتجربة عشوائية ما وكان ل (1) = $\frac{1}{4}$

ل (ب) = $\frac{3}{5}$ ل (1 - ب) = $\frac{2}{5}$ أوجد:

ل (1 ∩ ب) ل (1 ∪ ب) ل (1 - ب)

الحل

∴ ل (1 - ب) = $\frac{3}{4}$

∴ ل (1) ل (1 ∩ ب) = $\frac{3}{10}$

∴ ل (1 ∩ ب) = $\frac{3}{10}$

الحل

(1) ل (0 ≤ س ≤ 4) = 1

∴ $\frac{1}{2} = [(0) د + (4) ل] (4 - 0)$

∴ $1 = 4 \times \left[\frac{1+4}{10} + \frac{1}{10} \right] \frac{1}{2}$

∴ $1 = \left[\frac{4+1 \times 2}{10} \right] \frac{1}{2}$

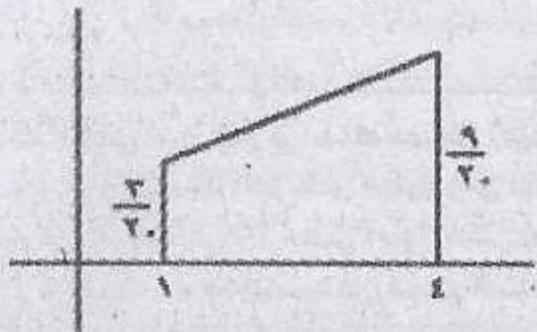
∴ $\frac{1}{2} = \frac{4+1 \times 2}{10}$

∴ $10 = 8 + 1 \times 4$ ∴ $\frac{1}{2} = 1$

(2) ل (1 ≤ س ≤ 5) = ل (1 ≤ س ≤ 4)

$\frac{1}{2} = [(1) د + (4) ل] (5 - 1)$

$\frac{9}{10} = \left[\frac{9}{20} + \frac{3}{20} \right] \frac{2}{2}$



(2) ل (س ≥ 3) = ل (س ≥ 0)

$\frac{1}{2} = [(0) د + (3) ل] (0 - 3)$

$\frac{3}{5} = 3 \times \left[\frac{3}{20} + \frac{1}{20} \right] \frac{1}{2}$

∴ 1 = 0.9 - 1.2 = 0.3 ∴ م = 3

8 إذا كان س متغير عشوائي متقطع

توزيعه الاحتمالي محدد بالدالة:

د (س) = $\frac{س+1}{14}$ لكل س ∈ {1, 2, 3, 4}

أوجد قيمة أ واحسب معامل الاختلاف.

الحل

د (2) = $\frac{2+1}{14}$

د (1) = $\frac{1+1}{14}$

د (4) = $\frac{4+1}{14}$

د (3) = $\frac{3+1}{14}$

∴ $1 = \frac{10+14}{14}$ ∴ $1 = (س)$ ∴ $14 = 10 + 1 \times 4$

∴ $1 = 1$

س	د (س)	س . د (س)	س ² . د (س)
1	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$
2	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{8}{7}$
3	$\frac{3}{7}$	$\frac{9}{7}$	$\frac{27}{7}$
4	$\frac{4}{7}$	$\frac{16}{7}$	$\frac{64}{7}$
	$\frac{10}{7}$	$\frac{30}{7}$	$\frac{70}{7}$

∴ ل (ب) = $\frac{1}{2} \times \frac{2}{8} = \frac{1}{8}$

(1) احتمال وقوع أحدهما على الأقل

$ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) - ل (أ ∩ ب)$

$\frac{9}{16} = \frac{1}{8} - \frac{2}{16} + \frac{1}{2} =$

(2) احتمال وقوع فقط

$ل (أ - ب) = ل (أ) - ل (أ ∩ ب)$

$\frac{3}{8} = \frac{1}{8} - \frac{1}{2} =$

(3) احتمال عدم وقوع ب

$ل (ب)' = 1 - ل (ب) = 1 - \frac{2}{16} = \frac{14}{16}$

5 فصل دراسي به 5 طالب ، منهم 25

طالباً يدرسون الكيمياء ، 20 طالباً

يدرسون التاريخ و 15 طالب يدرسون الكيمياء والتاريخ فإذا اختير

طالب عشوائياً أوجد احتمال أن يكون

الطالب ممن يدرسون الكيمياء أو التاريخ.

احتمال أن يكون الطالب يدرس الكيمياء

فقط.

احتمال لا يدرس أي من المادتين.

الحل

نفرض احتمال أن يدرس الكيمياء

$ل (1) = \frac{25}{50} = \frac{1}{2}$

احتمال أن يدرس التاريخ ل (ب) = $\frac{20}{50} = \frac{2}{5}$

ماء .. ثلاثة ثانوى

امتحان

٦٠٠٥١ سم اختيرت عينة عشوائياً من
١٠٠٠ اسطوانة فكم عدد الاسطوانات
المقبولة.

الحل

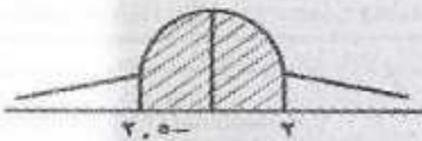
$$L(51 > S > 60)$$

$$L\left(\frac{56 - 60}{2} > S > \frac{56 - 51}{2}\right)$$

$$L(2.5 > S > 2)$$

$$L(2.5 > S) + L(2 > S) =$$

$$0.9710 = 0.4772 + 0.4938 =$$



∴ عدد الاسطوانات المقبولة

$$= \text{العدد الكلى} \times \text{الاحتمال} = 1000 \times 0.9710 =$$

$$971 \text{ اسطوانة}$$

١٤ من الجدول التالى:

٧	٢	٩	٦	٢	٥	س
٦	٥	٨	٦	٧	٣	ص

(١) أوجد معامل الارتباط الخطى لبيرسون.

(٢) باستخدام خط الانحدار المناسب قدر

قيمة س عندما ص = ٤

الحل

س	ص	س	ص	س	ص
٥	٢	٢٥	٩	١٥	٦
٢	٧	٤	٤٩	١٤	٦
٦	٦	٣٦	٣٦	٣٦	٦
٩	٨	٨١	٦٤	٧٢	٩
٢	٥	٤	٢٥	١٠	٢
٧	٦	٤٩	٣٦	٤٢	٧
٣١	٣٥	١٩٩	٢١٩	١٨٩	٣١

$$r = \frac{N \sum S_1 V_1 - \sum S_1 \sum V_1}{\sqrt{(N \sum S_1^2 - (\sum S_1)^2)(N \sum V_1^2 - (\sum V_1)^2)}}$$

$$= \frac{31 \times 35 - 189 \times 6}{\sqrt{(31 \times 35 - 189 \times 6)^2}}$$

$$= \frac{1085 - 1134}{\sqrt{(1085 - 1134)^2}} = \frac{-49}{-49} = 1$$

∴ ٣٤ طردى

(٢) معادلة خط انحدار س على ص

$$S = a + bV$$

$$a = \frac{\sum S - b \sum V}{N} = \frac{31 - b \times 35}{31}$$

$$b = \frac{\sum S_1 V_1 - \frac{\sum S_1 \sum V_1}{N}}{\sum V_1^2 - \frac{(\sum V_1)^2}{N}} = \frac{199 - \frac{189 \times 35}{31}}{219 - \frac{35^2}{31}} = \frac{174}{89}$$

$$a = \frac{31 - \frac{174}{89} \times 35}{31} = \frac{37}{89}$$

$$\therefore S = \frac{37}{89} + \frac{174}{89}V$$

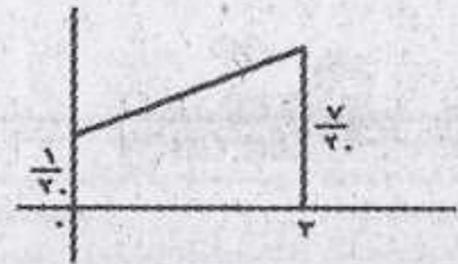
عندما ص = ٤

$$\therefore S = \frac{37}{89} + 4 \times \frac{174}{89} = \frac{703}{89} = 7.89$$

١٥ الجدول الآتى يبين تقديرات ٦ طلاب

فى مادتى الإحصاء والاقتصاد

إحصاء ج. جداً	ممتاز ج. جيداً	جيد	جيد	مقبول
اقتصاد ج. جداً	ج. جداً	جيد	مقبول	مقبول

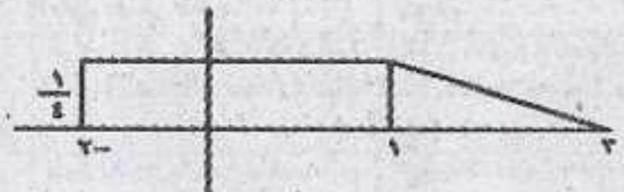


١٦ إذا كانت س متغير عشوائى متصل
وكانت:

$$\begin{cases} 1 \leq S \leq 2 \\ 2 \leq S \leq 3 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{8}(S-2) \end{array} \right. = (S)$$

(١) أثبت أن د(S) دالة كثافة احتمالية
(٢) ل(S) = ٢

الحل



$$L(2 \leq S \leq 3) = L(2 \leq S) - L(3 \leq S)$$

$$= 2 \times \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{8} \right] \frac{1}{2} + 3 \times \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{8} \right] \frac{1}{2} =$$

∴ د(S) دالة كثافة احتمالية

$$L(2 \leq S) = L(2 \leq S) - L(3 \leq S)$$

$$= L(2 \leq S) - L(3 \leq S) =$$

$$\left[\frac{1}{4} + \frac{1}{8} \right] \frac{1}{2} + 3 \times \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{8} \right] \frac{1}{2} =$$

$$\frac{15}{16} = \frac{3}{16} + \frac{3}{4} =$$

١٧ إذا كان س متغير عشوائى طبيعياً

متوسطه $\mu = 8$ وانحرافه المعيارى $\sigma = 2$

أوجد:

$$(1) L(S \geq 10)$$

$$(2) \text{ إذا كان ل(S) } \leq K = 1.06$$

أوجد قيمة K.

الحل

$$(1) L(S \geq 10) =$$

$$L\left(\frac{\mu - 10}{\sigma} \leq \frac{\mu - S}{\sigma}\right) =$$

$$L\left(\frac{8 - 10}{2} \leq \frac{8 - S}{2}\right) = L(S \geq 10) =$$

$$= 1 - L(S \leq 10) = 1 - 0.8413 = 0.1587$$

$$\therefore 0.1587 = 1 - L(S \leq 10) = 1 - 0.8413 =$$



$$(2) L(S \leq K) = 1.06$$

$$\therefore 1.06 = L\left(\frac{8 - K}{2} \leq \frac{\mu - S}{\sigma}\right) =$$

$$L\left(\frac{8 - K}{2} \leq \frac{8 - S}{2}\right) =$$

$$\frac{8 - K}{2} = \text{موجبة}$$

الحل

ف ^٢	ف	رتب س	رتب س	اقتصاد	احصاء
١	١-	٩٥	٤.٥	ج. جداً	ج. جداً
٠.٢٥	٠.٥	٥٠	٦	ج. جداً	ممتاز
١	١	٢.٥	٤.٥	جيد	ج. جداً
١	١	١.٥	٢.٥	مقبول	جيد
١	١	١.٥	٢.٥	مقبول	جيد
٦.٢٥	٢.٥-	٢.٥	١	جيد	مقبول
١.٠٥					

$$r = \frac{1.05 \times 6 - 1}{\frac{35 \times 6}{(6-1)}} = 0.7$$

طردى

١٦ في دراسة العلاقة بين الدخل الشهري

للعامل (س) بمئات الجنيهات وعمره (س)

بالسنوات كانت لدينا البيانات التالية

لعينة من عشرين عاملاً مجس = ٥٠٠

مجس = ٢٠٠ ، مجس = ١١٢٠٠

مجس = ٣٥٠٠ ، مجس = ٥٠٠٠٠

(١) احسب معامل الارتباط الخطي بين

الدخل الشهري للعامل وعمره.

(٢) اوجد معادلة خط انحدار الدخل الشهري

(س) على عمره (س)

(٣) قدر الدخل الشهري لعامل يبلغ عمره

٤ عاماً.

الحل

(١) $r = \frac{\sum (س \times مجس) - \frac{\sum س \times \sum مجس}{n}}{\sqrt{(\sum س^2 - \frac{(\sum س)^2}{n})(\sum مجس^2 - \frac{(\sum مجس)^2}{n})}}$

$\frac{200 \times 500 - 11200 \times 20}{\sqrt{(200^2 - 11200^2/20)(50000^2 - 112000^2/20)}}$

$\frac{200 \times 500 - 11200 \times 20}{\sqrt{(200^2 - 11200^2/20)(50000^2 - 112000^2/20)}}$

$\frac{200 \times 500 - 11200 \times 20}{\sqrt{(200^2 - 11200^2/20)(50000^2 - 112000^2/20)}}$

طردى = ٠.٨٢

(٢) $س = أ س + ب$

$١ = \frac{\sum (س \times مجس) - \frac{\sum س \times \sum مجس}{n}}{\sum س^2 - \frac{(\sum س)^2}{n}}$

$١ = \frac{\sum (س \times مجس) - \frac{\sum س \times \sum مجس}{n}}{\sum س^2 - \frac{(\sum س)^2}{n}}$

$ب = \frac{\sum (س \times مجس) - \frac{\sum س \times \sum مجس}{n}}{\sum س^2 - \frac{(\sum س)^2}{n}}$

ن

$٥.٨٧٥ = \frac{٥٠٠ \times ٠.١٦٥ - ٢٠٠}{٢٠}$

$٥.٨٧٥ = \frac{٥٠٠ \times ٠.١٦٥ - ٢٠٠}{٢٠}$

$٥.٨٧٥ + س = ٠.١٦٥$

$١٢.٤٧٥ = س$



$$٠.٥ = P(Z \geq \frac{٨ - ك}{٢}) = ٠.٠٥٦$$

$$٠.٠٥٦ - ٠.٥ = P(Z \geq \frac{٨ - ك}{٢})$$

$$٠.٢٩٤٤ = P(Z \geq \frac{٨ - ك}{٢})$$

$$\therefore \frac{٨ - ك}{٢} = ١.٢٥ \quad \therefore ك = ١.٠٥$$

١٧ إذا كان س متغير عشوائياً له توزيعاً

طبيعياً بمتوسط ٦٠ وانحرافه المعياري ٢

فاوجد:

(١) $P(س < ٦٤)$

(٢) قيمة ك التي تحقق $P(س > ك)$

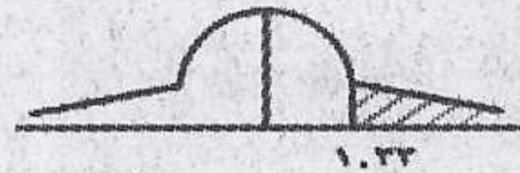
$$= ٠.١٥٨٧$$

الحل

$$(١) P(س < ٦٤) = P(Z < \frac{٦٤ - ٦٠}{٢})$$

$$= P(Z < ٢) = ٠.٩٧٧٢$$

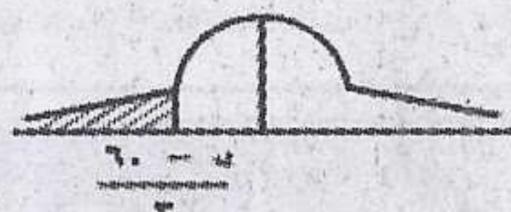
$$= ٠.٩٧٧٢$$



$$(٢) P(س > ك) = ٠.١٥٨٧$$

$$٠.١٥٨٧ = P(Z > \frac{٦٠ - ك}{٢})$$

$$\therefore \frac{٦٠ - ك}{٢} = ١.٠٥$$



$$٠.١٥٨٧ = P(Z > \frac{٦٠ - ك}{٢})$$

$$٠.٢٤١٣ = P(Z > \frac{٦٠ - ك}{٢})$$

$$\therefore \frac{٦٠ - ك}{٢} = ١$$

$$٥٧ = ك$$

١٨ ماكينة باحد المصانع تنتج اسطوانات

اطوالها تتبع توزيعاً طبيعياً بمتوسطه ٥٦

وانحرافه المعياري ٢ سم تكون الاسطوانة

المنتجة مقبولة إذا كان طولها ينحصر بين

الحل

ف	ف	رتب س	رتب ص	اقتصاد	احياء
1	1-	90	4.0	ج. جداً	ج. جداً
0.25	0.5	5.0	6	ج. جداً	ممتاز
1	1	2.0	4.0	جيد	ج. جداً
1	1	1.0	2.0	مقبول	جيد
1	1	1.0	2.0	مقبول	جيد
6.25	2.0-	2.0	1	جيد	مقبول
1.0					

$$r = \frac{1.0 \times 6 - 1}{\frac{30 \times 6}{(1 - 2)}} = 0.7$$

طردى = 0.7

١٦ في دراسة العلاقة بين الدخل الشهري

للعامل (ص) بعثات الجنيهات وعمره (س)

بالسنوات كانت لدينا البيانات التالية

لعينة من عشرين عاملاً مجس = 500

مجس = 200 ، مجس ص = 11200

مجس = 50000 ، مجس = 25000

(١) احسب معامل الارتباط الخطي بين

الدخل الشهري للعامل وعمره.

(٢) اوجد معادلة خط انحدار الدخل الشهري

(ص) على عمره (س)

(٣) قدر الدخل الشهري لعامل يبلغ عمره

4 عاماً.

الحل

(١) $r = \frac{\sum (مجس \times مجس ص) - \frac{\sum (مجس) \times \sum (مجس ص)}{n}}{\sqrt{(\sum (مجس)^2 - \frac{(\sum (مجس))^2}{n}) (\sum (مجس ص)^2 - \frac{(\sum (مجس ص))^2}{n})}}$

$r = \frac{200 \times 11200 - 500 \times 25000}{\sqrt{(50000^2 - \frac{500^2 \times 25000^2}{20}) (11200^2 - \frac{20^2 \times 11200^2}{20})}}$

$r = \frac{200 \times 11200 - 500 \times 25000}{\sqrt{(50000^2 - 625000000) (11200^2 - 200000000)}}$

$r = \frac{200 \times 11200 - 500 \times 25000}{\sqrt{(50000^2 - 625000000) (11200^2 - 200000000)}}$

$r = \frac{200 \times 11200 - 500 \times 25000}{\sqrt{(50000^2 - 625000000) (11200^2 - 200000000)}}$

$r = \frac{200 \times 11200 - 500 \times 25000}{\sqrt{(50000^2 - 625000000) (11200^2 - 200000000)}}$

$r = \frac{200 \times 11200 - 500 \times 25000}{\sqrt{(50000^2 - 625000000) (11200^2 - 200000000)}}$

$r = \frac{200 \times 11200 - 500 \times 25000}{\sqrt{(50000^2 - 625000000) (11200^2 - 200000000)}}$

$r = \frac{200 \times 11200 - 500 \times 25000}{\sqrt{(50000^2 - 625000000) (11200^2 - 200000000)}}$

$r = \frac{200 \times 11200 - 500 \times 25000}{\sqrt{(50000^2 - 625000000) (11200^2 - 200000000)}}$

$r = \frac{200 \times 11200 - 500 \times 25000}{\sqrt{(50000^2 - 625000000) (11200^2 - 200000000)}}$

$r = \frac{200 \times 11200 - 500 \times 25000}{\sqrt{(50000^2 - 625000000) (11200^2 - 200000000)}}$

$r = \frac{200 \times 11200 - 500 \times 25000}{\sqrt{(50000^2 - 625000000) (11200^2 - 200000000)}}$

$r = \frac{200 \times 11200 - 500 \times 25000}{\sqrt{(50000^2 - 625000000) (11200^2 - 200000000)}}$

$r = \frac{200 \times 11200 - 500 \times 25000}{\sqrt{(50000^2 - 625000000) (11200^2 - 200000000)}}$

$r = \frac{200 \times 11200 - 500 \times 25000}{\sqrt{(50000^2 - 625000000) (11200^2 - 200000000)}}$



$$0.5 = P\left(Z \geq \frac{8 - K}{2}\right) = 0.06$$

$$0.5 - 0.06 = P\left(Z \geq \frac{8 - K}{2}\right)$$

$$0.44 = P\left(Z \geq \frac{8 - K}{2}\right)$$

$$\therefore \frac{8 - K}{2} = 1.25 \quad \therefore K = 8 - 2.5 = 5.5$$

١٧ إذا كان س متغير عشوائياً له توزيعاً

طبيعياً بمتوسط 6 وانحرافه المعياري 2

فاوجد:

(١) $P(64 < S)$

(٢) قيمة ك التي تحقق $P(S > K)$

$$= 0.1587$$

الحل

$$(١) P(64 < S) = P\left(\frac{S - 64}{2} < \frac{64 - 64}{2}\right)$$

$$= P\left(\frac{S - 64}{2} < 0\right) = 0.5$$

$$= 0.918$$



1.22

$$(٢) P(S > K) = 0.1587$$

$$0.1587 = P\left(Z > \frac{60 - K}{2}\right)$$

$$\therefore \frac{60 - K}{2} = 1.22$$



$\frac{60 - K}{2}$

$$0.1587 = P\left(Z > \frac{60 - K}{2}\right)$$

$$0.1587 = P\left(Z > \frac{60 - K}{2}\right)$$

$$\therefore \frac{60 - K}{2} = 1$$

$$K = 57$$

١٢ ماكينة باحد المصانع تنتج اسطوانات

اطوالها تتبع توزيعاً طبيعياً بمتوسطه 56

وانحرافه المعياري 2 سم تكون الاسطوانة

المنتجة مقبولة إذا كان طولها ينحصر بين