الأستاذ

في

الرياضيات

إعداد

أ/ أشرف حسن عبده

٠١٢٢٧٢٧٨٠٨٤

الجبر



الجذر التكعيبى لعدد نسبى

$\sqrt[3]{\text{م}}$ = عدد مكعب م

أكمل ◆ $\sqrt[3]{\quad}$ ٨ = ◆ $\sqrt[3]{\quad}$ -٢٧ = ◆ $\sqrt[3]{\quad}$ $\frac{١٢٥}{٦٤}$ =

◆ حل المعادلة ٨ س^{٣} - ٧ = ٢٠ فى ن

الحل ٨ س^{٣} = ٢٧

س^{٣} = $\frac{٢٧}{٨}$ ∴ س = $\frac{٣}{٢}$ ∴ ح = $\{\frac{٣}{٢}\}$

◆ اذا كان $\sqrt[3]{\text{س}}$ = ٢ فإن س = ٢^{٣} = ٨

الواجب : أكمل ① $\sqrt[3]{\quad}$ -١ = ② $\sqrt[3]{\quad}$ $\frac{٣}{٨}$ =

③ $\sqrt[3]{\text{س}^{٣}\text{ص}^{٦}}$ = ④ $\sqrt[3]{\quad}$ $\frac{\text{م}}{\text{ن}}$ = $\frac{٢}{٣}$ فإن $\frac{\text{م}}{\text{ن}}$ =

حل المعادلات الاتية فى ن :

⑤ س^{٣} = ٢٧ ⑥ س^{٣} = $\frac{-٨}{١٢٥}$

⑦ ٢٧ س^{٣} - ٤ = ١٢١ ⑧ ٥ س^{٣} - ٤ = ٦٢١

⑨ ١٠٠٠ س^{٣} + ٢٧ = ٠ ⑩ $\sqrt[3]{\text{س}}$ = $\frac{-٣}{٤}$

⑪ (س + ١)^{٣} = ٢٧ ⑫ $\frac{١}{٨}$ س^{٣} + ٩ = ٨

مجموعة الأعداد الغير نسبية

العدد الغير نسبي لا يمكن وضعه على صورة $\frac{أ}{ب}$: ب ≠ ٠

ضع ن١، ن٢ : √٥ ∈ .... √٧ ∈ ....

√٩ ∈ .... √٨ ∈ .... √٦ ∈ ....

اثبت ان √٣ يقع بين ١٫٧ ، ١٫٨

الحل (١٫٧)^{٢} = ٢٫٨٩ (√٣)^{٢} = ٣ (١٫٨)^{٢} = ٣٫٢٤

نجد أن ٢٫٨٩ < ٣ < ٣٫٢٤

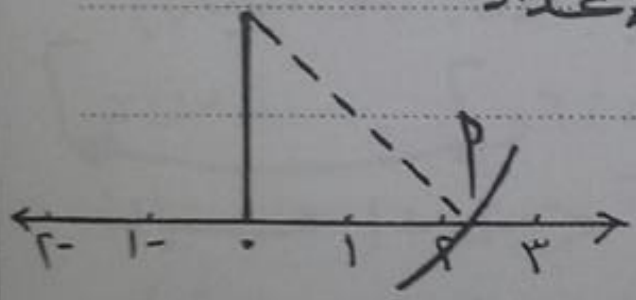
∴ √٣ يقع بين ١٫٧ ، ١٫٨

◆ رسم العدد الغير نسبي على خط الأعداد

نرسم العدد √٥ **الرسم**

ضلع = $\frac{٥-١}{٢}$ = ٢ وتر = $\frac{٥+١}{٢}$ = ٣

م تمثل √٥ على خط الأعداد



الواجب :

١- ارسم على خط الأعداد

√٧ ، √١١

-√٥ ، √٦ ، √٥ + ١ ، √٥ - ١

احفظ ما يلى

- $ح = نـ(آلة) = ح^+ \cup \{0\} \cup ح^-$
- $نـ \cap نـ(آلة) = \phi$ ◆ $نـ(آلة) = ح$

- $ح^+$ = جميع الاعداد الحقيقية الموجبة عدا الصفر
- $ح^-$ = جميع الاعداد الحقيقية السالبة عدا الصفر

- $ح^+ \cap ح^- = \phi$ ◆ $ح^+ \cup ح^- = ح - \{0\}$

- $ح^+ = ح - ح^-$ ◆ $ح^- = ح - ح^+$

- اذا كان $س < \sqrt{٧} < س + ١$ فإن

س = (بالآلة الحاسبة)

نجد أن $\sqrt{٧} = ٢,٦٤٥٧٥١٣١١$ ∴ س = ٢

- اذا كان $س < \sqrt[٣]{٧} < س + ١$ فإن

س = (بالآلة الحاسبة)

نجد أن $\sqrt[٣]{٧} = ١,٩١٢٩٩٢١١٨٢$ ∴ س = ١

مجموعة الأعداد الحقيقية ح

ح = ن ∪ ن′ ، ح = ح+ ∪ {٠} ∪ ح−

تمارين

أكمل: استخدم الآلة الحاسبة

(١) ن ∩ ن′ =
(٢) ن ∪ ن′ =
(٣) ح+ ∩ ح− =
(٤) اذا كان س < √٣٧ < س + ١ فإن س =
(٥) اذا كان س < √٧٧ < س + ١ فإن س =
(٦) اذا كان س < √٥٣ < س + ١ فإن س =
(٧) ح+ ∪ ح− =
(٨) ح = ... ∪ ... ∪ ...
(٩) اثبت أن √٧٠ ينحصر بين ٣,١ ، ٣,٢
(١٠) اثبت أن √٥١٣ ينحصر بين ٣,٨ ، ٣,٩
(١١) ارسم على خط الاعداد: √٧ ، √٢٥ ، −√٧ ، √١٥

اوجد مجموعة الحل في ن:

(١٢) س٢ = ٣
(١٣) س٣ = ٩
(١٤) ٢/٣ س٢ = ٥
(١٥) ٢س٢ − ٣ = ٧
(١٦) (س − ١)٢ = ٤
(١٧) (س − ٣)٣ = ٨

(١٨) أكمل: √٤ = √...٣
(١٩) √٢٧ = √...٣
(٢٠) ∛(٣/٨) = √...٣
(٢١) اذا كان س < √٥ < س + ١ فإن س =
(٢٢) اذا كان س < √٨٠ < س + ١ فإن س =
(٢٣) رتب تصاعدياً: √٢٧ ، √٤٥ ، √٢٠ ، ٦ ، √١٧
(٢٤) رتب تنازلياً: √٦٢ ، ٨ ، −√٥٠ ، √٧٠ ، −٦ ، √٣٢
(٢٥) √٩ = √...٣
(٢٦) √١٢٥ = √...٣
(٢٧) −√١٦ = √...٣
(٢٨) اذا كان س٢ = ٤/٩ فإن س = ...
(٢٩) اذا كان س٣ = ٢٧ فإن س = ...
(٣٠) □ < √٧ < □

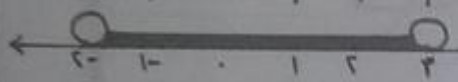
الفترات

الفترات المحدودة

- $[-٢، ٣]$ تسمى فترة مغلقة



- $]-٢، ٣[$ تسمى فترة مفتوحة



- $[-٢، ٣[$ نصف مغلقة (نصف مفتوحة)



تمرين

- إذا كان $س =]-٢، ٥]$ ، $ص = [٣، ٧]$ أوجد

$س \cap ص$ ، $س \cup ص$ ، $س - ص$ ، $ص - س$

الفترة والصفة المميزة

- $[-٢، ٣] = \{س : س \in ح ، -٢ \leq س \leq ٣\}$
- $]-٢، ٣[= \{س : س \in ح ، -٢ < س < ٣\}$
- $[-٢، ٣[= \{س : س \in ح ، -٢ \leq س < ٣\}$

تمارين

اكمل:

١) $]-٣، ٥] \cap [٤، ٨] =$

٢) $[-٢، ٥] \cup [٤، ٦] =$

٣) $[-٢، ٣] - [١، ٥] =$

٤) $]-١، ٣] \cup [٢، ٥] =$

٥) $[١، ٦] \cap [٢، ٤] =$

٦) $[-١، ٣[\cap]-٤، ١] =$

٧) $[-١، ٣[\cup]-٤، ١] =$

٨) $[-١، ٣[-]-٤، ١] =$

٩) $[٢، ٥] - \{٢، ٥\} =$

١٠) $]٢، ٥[\cup \{٢، ٥\} =$

- اكتب ما يلي على صورة فترة: ١١) $\{س : س \in ح ، -٣ \leq س \leq ٥\}$

١٢) $\{س : س \in ح ، ٣ \leq س < ٧\}$ ١٣) $\{س : س \in ح ، \sqrt[٣]{٨} < س < \sqrt[٣]{٢٧}\}$

- ضع $\in$ ، $\notin$: ١٤) $٣ \ldots [-٢، ٣]$ ١٥) $٥ \ldots [٣، ٥[$

١٦) صفر $\ldots]-١، ١[$ ١٧) $\sqrt{٤} \ldots [٢، ٣[$ ١٨) $\sqrt[٣]{٢٧} \ldots [٢، ٥]$

- اكتب ما يلي على صورة صفة مميزة: ١٩) $[٥، ٩[$ ٢٠) $]٣، ٧[$

ملاحظات هامة

- $[أ، ب] -]أ، ب[= \{أ، ب\}$
- $[أ، ب] - \{أ، ب\} =]أ، ب[$
- $\{أ، ب\} - [أ، ب] = \emptyset$

- $]أ، ب[\cup \{أ، ب\} = [أ، ب]$
- معنى $[٣، ٥]$ = كل الاعداد الحقيقية من ٣ وحتى ٥ أيضاً
- معنى $]٣، ٥[$ = كل الاعداد الحقيقية بين ٣ ، ٥ ماعدا ٣، ٥

① اختار: ٧ ..... $[٤، ٧]$ $\in$ $\notin$

② ٧ ..... $[٤، ٧[$ $\in$ $\notin$

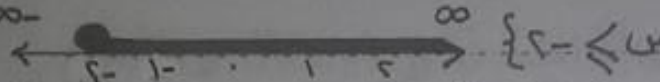
③ ٥ ..... $]٤، ٧[$ $\in$ $\notin$

④ $\sqrt[٣]{٧}$ ... $]٢، ٣[$ $\in$ $\notin$

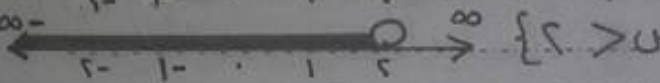
⑤ $\sqrt{٥}$ ... $]١، ٢[$ $\in$ $\notin$

الفترات الغير محدودة

- $[-٢، \infty[= \{س : س \in ح ، س \geq -٢\}$



- $]-\infty، ٢[= \{س : س \in ح ، س < ٢\}$



تمرين

اوجد الناتج مستخدماً خط الاعداد

(١) $]-\infty، ٣] \cap [٥، ٧[=$ (٢) $]-\infty، ٢] \cup [٢، \infty[=$

(٣) $]-\infty، ٣] \cup [٥، ٧[=$ (٤) $]-\infty، ٢] \cap [٢، \infty[=$

(٥) $]-\infty، ٣] - [٢، \infty[=$ (٦) $]-\infty، ٢] \cap [٣، \infty[=$

- اكتب ما يلى على صورة فترة : (٧) $\{س : س \in ح ، س > ٣\}$

(٨) $\{س : س \in ح ، س \geq ٧\}$ (٩) $\{س : س \in ح ، س \geq$ صفر$\}$

- اكتب ما يلى على صورة صفة مميزة : (١٠) $[٣، \infty[$

(١١) $]-\infty، ٥[$ (١٢) $]-٧، \infty[$ (١٣) $]-\infty، -٦[$

أداء هام

- اكمل :

(١) اذا كان $س < \sqrt{٧} < س + ١$ فإن $س =$ ....

(٢) $[٢، ٧] -]٢، ٧[=$ ....

(٣) $ن \cap ن' =$ ..... (٤) $ن \cup ن' =$ ....

(٥) مجموعة حل المعادلة $(س + ١)^{٣} = ٢٧$ فى ن هى ....

(٦) $\{س : س \in ح ، ٣ \leq س < ٧\}$ على صورة فترة = ...

(٧) أوجد على صورة فترة مستخدماً خط الاعداد : $[٢، ٣] -]-١، ٥[$

(٨) حدد النقطة التى تمثل العدد $\sqrt{٧}$ على خط الاعداد

- اختر الاجابة الصحيحة من بين الاقواس :

(٩) $\sqrt[٣]{-٥} \in$ ..... (ط ، صـ ، ن ، ن')

(١٠) العدد الغير نسبى المحصور بين ٢، ٣ هو .... $(\sqrt{١٠}، \sqrt{٧}، ٥٫٢)$

(١١) $\sqrt{٤} = \sqrt[٣]{\ldots}$ $(١٦، ٨، ٢، ٦٤)$

بالآلة الحاسبة

العمليات على الأعداد الحقيقية

- خواص الجمع والضرب ◑ الانغلاق ◑ الإبدال ◑ الدمج
- المحايد الجمعى هو الصفر ◑ المحايد الضربى هو الواحد
- لكل عدد حقيقى $أ$ معكوس جمعى هو $-أ$
- لكل عدد حقيقى $أ \neq$ صفر معكوس ضربى هو $\frac{1}{أ}$

تمرين أوجد فى أبسط صورة

(١) $٢\sqrt{٥} + ٧\sqrt{٥} =$ (٢) $٣\sqrt{٢} \times ٢\sqrt{٥} =$ (٣) $٣\sqrt{٧} \times ٣\sqrt{٧} =$

(٤) $٥\sqrt{٢} + ٢\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٥} =$ (٥) $٢\sqrt{٥} \times ٣\sqrt{٥} =$ (٦) $(-٥\sqrt{٧})^{٢} =$

(٧) $٣\sqrt{٢} (\frac{١}{٢\sqrt{٢}} + ٢\sqrt{٢}) =$ (٨) $٢\sqrt{٥} (\frac{١}{٥\sqrt{٥}} + ٣\sqrt{٥}) =$

◑ اكتب مسائلى بحيث يكون المقام عدد نسبى :

(٩) $\frac{٦}{٢\sqrt{٧}} =$ (١٠) $\frac{١٠}{٥\sqrt{٧}} =$ (١١) $\frac{٣}{٣\sqrt{٧}} =$ (١٢) $\frac{٣}{٢\sqrt{٥}} =$

أوجد فى أبسط صورة

(١٣) $(٣\sqrt{٧} + ٢\sqrt{٧})^{٢} =$ (١٤) $(٥\sqrt{٧} - ٢\sqrt{٧})^{٢} =$

(١٥) $(١ - ٥\sqrt{٧})^{٢} =$ (١٦) $(٢ + ٧\sqrt{٧})^{٢} =$

(١٧) $(٣٧ - ٥\sqrt{٧})(٣٧ + ٥\sqrt{٧}) =$ (١٨) $(٤٧ - ٧\sqrt{٧})(٤٧ + ٧\sqrt{٧}) =$

(١٩) المعكوس الجمعى للعدد $٣ - ٢\sqrt{٧}$ هو

(٢٠) المعكوس الضربى للعدد $٢\sqrt{٧}$ هو

(٢١) $٥\sqrt[٣]{٧} + \sqrt[٣]{٥} =$ (٢٢) $(٣\sqrt{٢})^{٢} =$ (٢٣) $(٢\sqrt{٥})^{٢} =$

(٢٤) $(\sqrt[٣]{٣})^{٢} =$ (٢٥) $(٢\sqrt[٣]{٥})^{٣} =$ (٢٦) $\frac{٦}{٣\sqrt{٢}} =$

إذا كان $أ = ٣\sqrt{٢} + ٢$ ، $ب = ٣\sqrt{٢} - ٢$ أوجد قيمة :

(٢٧) $أ + ب$ ، $أ - ب$ ، $أ ب$

(٢٨) أعط تقديراً للناتج $(٣ + ٥\sqrt{٧}) \times (١ + ٨\sqrt{٧})$ وتحقق من صحة إجابتك بالآلة الحاسبة

(٢٩) قدر قيمة الناتج $(٢ + ١٥\sqrt{٧}) \times (٤ - ٢٥\sqrt{٧})$ وتحقق من صحة اجابتك بالآلة الحاسبة

(٣٠) $(١ + ٢\sqrt{٧})(١ - ٢\sqrt{٧}) =$ (٣١) $٥ + ٢\sqrt{٧} - ٤ + ٢\sqrt{٧} =$

(٣٢) $-٣\sqrt{٢} \times ٣\sqrt{٢} =$ (٣٣) $(٣\sqrt{٧} + ٢)(٣\sqrt{٧} - ١) =$

العمليات على الجذور التربيعية

يفضل في هذا الدرس إستعمال الآلة الحاسبة
أو تحليل العدد لعوامله الأولية = ٢، ٣، ٥، ٧، ٦، ٥...
وتكون الآلة الحاسبة أفضل

$\sqrt{٧٥} =$ ، $\sqrt{٢٧} =$

$\sqrt{\frac{١}{٣}٦} =$ ، $\sqrt{\frac{٢}{٥}١٥} =$

$\frac{٥}{\sqrt{٥٧}} =$ ، $\frac{١٢}{\sqrt{٦٧}} =$

اختصر لابسط صورة:

$٢\sqrt{٣٢} + \sqrt{١٨} - \sqrt{\frac{١}{٢}٨}$ الحل

$\sqrt{٢٨} + \sqrt{٢٣} - \sqrt{٢٤} = \sqrt{٢٧}$

تمرين: $\sqrt{٣٢} - \sqrt{٨٧} + \sqrt{١٨٧}$

$\sqrt{٢٧٥} - \sqrt{٨٧٣} + \sqrt{\frac{١}{٢}٧٤}$

١٠ **مثال:** اذا كان $س = ٢\sqrt{٥} + \sqrt{٣}$

$ص = ٢\sqrt{٥} - \sqrt{٣}$ فاوجد قيمة ما يلي

$س + ص = (٢\sqrt{٥} + \sqrt{٣}) + (٢\sqrt{٥} - \sqrt{٣}) = ٤\sqrt{٥}$

$س - ص = (٢\sqrt{٥} + \sqrt{٣}) - (٢\sqrt{٥} - \sqrt{٣}) = ٢\sqrt{٣}$

$س ص = (٢\sqrt{٥} + \sqrt{٣})(٢\sqrt{٥} - \sqrt{٣}) = ١٨$

$س^{٢} = (٢\sqrt{٥} + \sqrt{٣})^{٢} = ٢٢ + ٤\sqrt{١٠}$

$ص^{٢} = (٢\sqrt{٥} - \sqrt{٣})^{٢} = ٢٢ - ٤\sqrt{١٠}$

$$\frac{س}{ص} = \frac{٢\sqrt{٥} + \sqrt{٣}}{٢\sqrt{٥} - \sqrt{٣}} = \frac{١١ + ٢\sqrt{١٠}}{٩}$$

قيمة المقدار $س^{٢} + ٢س ص + ص^{٢}$

$(٢٢ + ٤\sqrt{١٠}) + ٢(١٨) + (٢٢ - ٤\sqrt{١٠})$

$= ٨٠$

الحل بالآلة الحاسبة

اختصر مايلى لأبسط صورة

● $\sqrt{75} - \sqrt{27} + \frac{1}{3}\sqrt{6}$ الحل

$$\sqrt{3} = \sqrt{3}2 + \sqrt{3}6 - \sqrt{3}5$$

● $\sqrt{32} + \sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{98}$ الحل

$$\sqrt{25} = \sqrt{27} - \sqrt{25} + \sqrt{23} + \sqrt{24}$$

● المعكوس الضربى للعدد $\frac{\sqrt{3}}{6}$ =

الحل $\frac{6}{\sqrt{3}}$ (الالة الحاسبة) $= \sqrt{32}$

● اذا كان $أ = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ ، $ب = \sqrt{5} + \sqrt{3}$

اوجد قيمة $\frac{أ+ب}{أب}$ الحل

البسط $= أ+ب = \sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{3} = \sqrt{52}$

المقام $= أب = 2$ الناتج $= \frac{\sqrt{52}}{2} = \sqrt{5}$

الواجبات

اختصر ما يلى لأبسط صورة

١) $\sqrt{٨} + \sqrt{٥٠} - \sqrt{١٨} - \sqrt{٣٢}$

٢) $\sqrt{٤٨} + \sqrt{٢٧} - \sqrt{٧٥}$

٣) $\sqrt{١٨} - \sqrt{٨} + \sqrt{٣٢}$

٤) $\frac{١}{٥}\sqrt{٧٥} - \sqrt{٢٠}\frac{١}{٤} + \sqrt{٤٥}$

٥) $\sqrt{٦}\frac{٢}{٣} - \sqrt{٦٤}$

٦) $\sqrt{٢٤٥} + \sqrt{٨٠} - \sqrt{٤٥}$

٧) $\sqrt{٢٧٥} - \sqrt{٨}\frac{١}{٢} + \sqrt{٤}\frac{١}{٢}$

٨) $\sqrt{٧٥}^{٢} + \sqrt{١٢}\frac{١}{٣} - \sqrt{٩}$

٩) $\sqrt{٦}^{٢} - \sqrt{٣}\frac{٢}{٣} + \sqrt{٥٤}$

١٠) $\sqrt{٥٠}^{٢} - \sqrt{٢٧}^{٣} - \sqrt{٤}\frac{١}{٨}$

١١) $\sqrt{٢٠}\frac{٣}{٥}^{٢} + \sqrt{١٢٥} - \frac{١}{\sqrt{٥}}$

أكمل ◆ المعكوس الضربى للعدد $\frac{\sqrt{٣}}{٦}$ هو .....

◆ العدد التالى فى النمط : $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{١٢}$ ، $\sqrt{٢٧}$ ، $\sqrt{٤٨}$ هو .....

◆ اذا كان $\sqrt{أ}^{٢} = \sqrt{٧٥}$ فى أبسط صورة $أ$ = ... = ...

العددان المترافقان

◆ مرافق العدد $\sqrt{أ}$ هو $\sqrt{أ}$
لان حاصل ضربهما = أ = عدد نسبى

◆ مرافق العدد $\sqrt{أ} + \sqrt{ب}$ هو $\sqrt{أ} - \sqrt{ب}$
لان حاصل ضربهما = أ - ب = عدد نسبى

يكون العددان مترافقان
اذا كان حاصل ضربهما = عدد نسبى

أكمل:

١ $\frac{٣}{\sqrt{٦}} =$ ٢ $\frac{٢}{١ + \sqrt{٣}} =$

٣ $\frac{٢}{\sqrt{٣} - \sqrt{٥}} =$ ٤ $\frac{٤}{\sqrt{٥} - ٣} =$

٥ المعكوس الضربى للعدد $\sqrt{٢}$ هو

٦ المعكوس الضربى للعدد $\sqrt{٣} + \sqrt{٢}$ هو

٧ اذا كان س = $٣ + \sqrt{٢}$ ، ص = مرافق العدد س
فإن س ص =

٨ اذا كان أ = $\sqrt{٧} + \sqrt{٥}$ ، ب = $\frac{٢}{أ}$ فإن ب =

٩ اذا كان س = $\sqrt{٥} + \sqrt{٢}$ ، ص = $\frac{٣}{\sqrt{٥} + \sqrt{٢}}$ فاثبت أن
س، ص عددين مترافقين
واوجد قيمة المقدار $\frac{س + ص}{س ص - ١}$

١٠ اذا كان أ = $\sqrt{٣} + \sqrt{٢}$ ، ب = $\sqrt{٣} - \sqrt{٢}$ أوجد $أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}$

العمليات على الجذور التكعيبية

اختصر $\sqrt[3]{16}$ = بالتحليل وليس الآلة الحاسبة

١٦	٢
٨	٢
٤	٢
٢	٢
١	

$$\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2} \times 2$$

اختصر $\sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{-24}$ الحل

٨١	٣
٢٧	٣
٩	٣
٣	٣

٢٤	٢
١٢	٢
٦	٢
٣	٣
١	

$$3\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{-2}\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3}$$

الواجب: ① $\sqrt[3]{250} =$ ② $3\sqrt[3]{\frac{1}{3}} =$

③ $\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{2}$ ④ $\sqrt[3]{\frac{2}{9}} \div \sqrt[3]{\frac{3}{4}}$

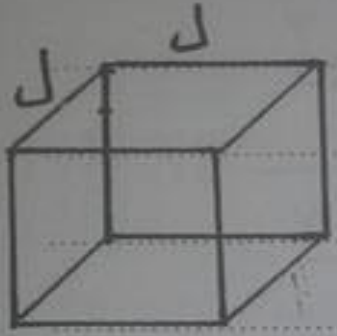
⑤ $\sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{16} + 3\sqrt[3]{2}$ ⑥ $\sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{-192} - 3\sqrt[3]{24}$

⑦ $\sqrt[3]{72} + 3\sqrt[3]{\frac{1}{3}} - (3\sqrt[3]{2})^2$ ⑧ $2\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{9} \times 5$

⑨ $\sqrt[3]{135} + \sqrt[3]{-40}$ ⑩ $2\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{-24}$

تطبيقات على الجذور

١ المكعب



طول الحرف = ل

- الحجم = ل^{٣}

ومنها ل = $\sqrt[٣]{\text{الحجم}}$

- المساحة الجانبية = ٤ل^{٢}
- المساحة الكلية = ٦ل^{٢}

مساحة الوجه الواحد = أحد أوجهه = ل^{٢}

- الواجبات

مكعب طول حرفه ٣ سم أوجد حجمه

مكعب طول حرفه ٥ سم. أوجد حجمه ومساحته الكلية والجانبية

مكعب حجمه ٦٤ سم^{٣}. اوجد مساحته الكلية

مكعب طول حرفه ٢√٢. اوجد حجمه ومساحته الجانبية

مكعب حجمه ١٢٥ سم^{٣}. اوجد طول حرفه ومساحته الجانبية

مكعب مساحة أحد أوجهه ٢٥ سم^{٢} اوجد حجمه

مكعب حجمه ٣٧٣ سم^{٣} اوجد طول حرفه ومساحته الكلية

مكعب مساحته الكلية ٩٦ سم^{٢} اوجد طول حرفه وحجمه

الكـــرة

المساحة = ٤ ط نق^{٢}

الحجم = $\frac{٤}{٣}$ ط نق^{٣}

لحساب نق = $\sqrt[٣]{\frac{\text{الحجم} \times ٣}{٤ \times \text{ط}}}$

الواجب ① كرة نصف قطرها ٢ سم فإن مجـ = ...

② كرة مجـ = $\frac{٩}{١٦}$ ط فإن نصف قطرها = ...

③ كرة مجـ = ٣٦ ط فإن نصف قطرها = ...

④ كرة نصف قطرها $\sqrt[٣]{٢١}$ فإن مجـ = ...

⑤ كرة نصف قطرها ١ سم فإن مجـ = ...

⑥ كرة مجـ = $\frac{\text{ط} ٥٠٠}{٣}$ فإن نصف قطرها = ...

متوازى المستطيلات

المساحة الجانبية = ٢ × (س + ص) × ع

المساحة الكلية = ٢ × (س ص + ص ع + ع س)

الحجم = س ص ع

الدائرة

المحيط = ٢ ط نق ومنها نق = المحيط ÷ ٢ط

المساحه = ط نق^{٢} ومنها نق = $\sqrt{\text{المساحه} \div \text{ط}}$

الاسطوانة الدائرية القائمة

الحجم = ط نق^{٢} ع

المساحة الجانبية = ٢ ط نق ع

المساحة الكلية = ٢ ط نق ع + ٢ ط نق^{٢}

١) متوازي مستطيلات ابعاده ٢٧، ٣٧، ٦٧ اوجد حجمه

٢) اسطوانة نصف قطرها ١٤ سم وارتفاعها ٢٠ سم اوجد الحجم

٣) دائرة نصف قطرها ٧ سم اوجد المحيط والمساحة

٤) دائرة محيطها ٢٢ سم اوجد نصف قطرها ومساحتها

٥) اسطوانه حجمها ٧٢ ط ، ارتفاعها = نصف قطرها
اوجد ارتفاعها

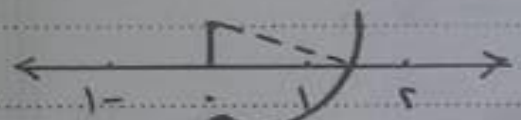
حل المعادلات من الدرجة الأولى في متغير واحد في ح

حل المعادلة $\sqrt{٢}$ س $-١ = ١$ على خط الأعداد

الحل $\sqrt{٢}$ س $= ٢$ $\quad$ س $= \frac{٢}{\sqrt{٢}}$

$\therefore$ س $= \sqrt{٢}$ $\quad \therefore$ م.ح $= \{\sqrt{٢}\}$

على خط الأعداد: ضلع $= \frac{٢-١}{٢} = \frac{١}{٢}$ $\quad$ وتر $= \frac{١+٢}{٢} = ١\frac{١}{٢}$



حل المتباينات في ح

أوجد مجموعة الحل على خط الأعداد:

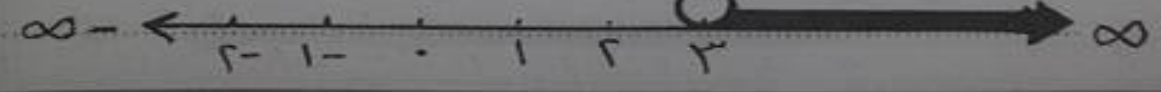
(١) ٢ س $-١ < ٥$

الحل

٢ س < ٦ $\quad$ (÷٢)

س < ٣

$\therefore$ م.ح $=]-\infty ، ٣[$ $\quad$ فترة



٢) $٧ - ٣س \geq ١٩$

الحل

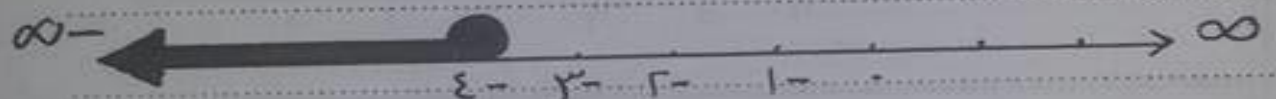
$-٣س + ٧ \geq ١٩$

$-٣س \geq ١٢$

نقسم ÷ (-٣) لتغير علامة التباين (ملحوظة)

$س \leq -٤$

$\therefore م.ع =]-\infty ، -٤]$



٣) $٥س - ٣ < ٢س + ١٢$

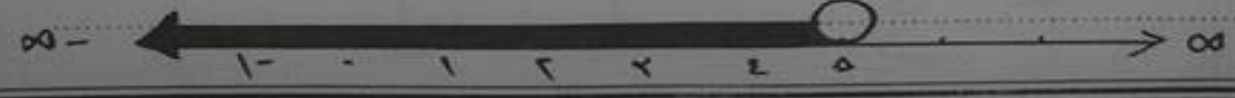
الحل

$٥س - ٢س < ٣ + ١٢$

$٣س < ١٥$ (÷٣)

$س < ٥$

$م.ع =]-\infty ، ٥[$



٤) $٧ \leq ٣س - ٢ < ١٣$

الحل

$٧ + ٢ \leq ٣س < ١٣ + ٢$

$٩ \leq ٣س < ١٥$ (÷٣)

$٣ \leq س < ٥$

$ح = [٣، ٥[$



٥) $س - ١ < ٣س - ١ \leq س + ١$

الحل

$س - ١ - س < ٣س - ١ - س \leq س + ١ - س$

$-١ < ٢س - ١ \leq ١$

$-١ + ١ < ٢س - ١ + ١ \leq ١ + ١$

$٠ < ٢س \leq ٢$ (÷٢)

$٠ < س \leq ١$

$ح =]٠، ١]$

الواجبات

اوجد مجموعة الحل في ح على خط الاعداد

١) $٢س - ١ \geq ٥$

٢) $٣س - ١ > ٥$

٣) $٢س + ٣ \geq ١$

٤) $٥ - ٢س > ٩$

٥) $٧ - س < ٥$

٦) $٣ \geq ٥س - ٢ > ١٣$

٧) $١ > ٢س + ٣ \geq ٩$

٨) $|٣-| > ٢س - ١ > ٥$

٩) $١ \geq ٣ - ٢س > ٥$

١٠) $٥س - ٣ > ٢س + ٩$

١١) $٧س - ١٢ \leq ٥س - ٨$

١٢) $س + ٢ > ٣س - ٢ \geq س + ٧$

١٣) $٧ \geq ٥س + ٢ \geq ١٧$

١٤) $٤س > ٥س + ٢ > ٤س + ٣$

١٥) $-٥ \geq ٢س + ٣ > ١$

● العلاقة بين متغيرين ●

مثال ١: اوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق العلاقة س + ص = ٣

الحل

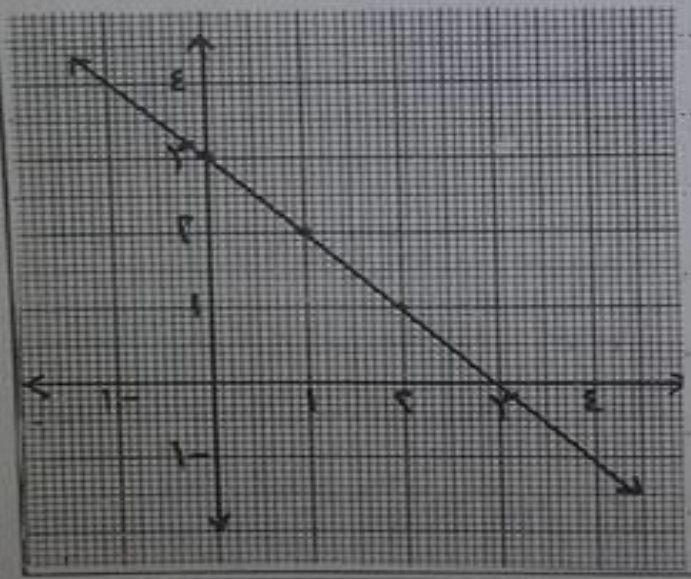
س + ص = ٣

ص = ٣ - س

س	٠	١	٢
ص	٣	٢	١

الأزواج المرتبة هي :

(٠، ٣) ، (١، ٢) ، (٢، ١)



نكون هذا الجدول اذا طلب الازواج المرتبة

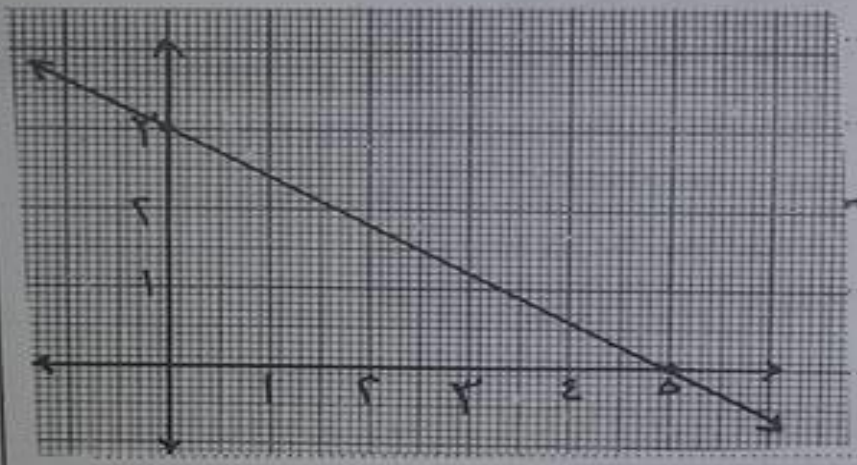
مثال ٢ :

مثل بيانياً ٣س + ٥ص = ١٥

الحل

٣س + ٥ص = ١٥

س	٠	٥
ص	٣	٠



تلاحظ من هذا الجدول اذا طلب الرسم فقط (مثل بيانياً)

ملحوظة : المستقيم يقطع محور السينات في (٥، ٠)
المستقيم يقطع محور الصادات في (٣، ٠)
مساحة المثلث المحدد بالمستقيم ومحوري الاحداثيات
$= \frac{1}{2} \times ٥ \times ٣ = ٧,٥$ وحدة مربعة

الواجب

أكمل

١ اذا كان (ك، ٢) يحقق العلاقة س + ص = ٧ فإن ك =

٢ ٣س + ٨ص = ٢٤ يقطع محور الصادات في النقطة (،)

٣ س + ص = ٥ يقطع محور السينات في النقطة (،)

٤ اذا كان (٣، ك) يحقق العلاقة ٣س + ص = ١١ فإن ك =

٥ الزوج المرتب (٢، ...) يحقق العلاقة ٣س + ص = ٥

٦ اذا كان (٣، ٤) يحقق العلاقة ص - ٣س = أ فإن أ =

٧ مثل بيانياً س + ص = ٥ وأكتب ثلاثة أزواج

٨ مثل بيانياً س + ص = ٤

٩ مثل بيانياً س - ص = ٣ وأكتب ثلاثة أزواج

١٠ مثل بيانياً ٢س + ٣ص = ٦

١١ مثل بيانياً س + ٢ص = ٤

١٢ مثل بيانياً ٢س + ص = ٥

١٣ مثل بيانياً ٣س + ٢ص = ٩

١٤ مثل المستقيم الذي يمثل العلاقة ٢س + ٥ص = ١٠ بيانياً واذا كان المستقيم يقطع محور السينات في النقطة أ ويقطع محور الصادات في النقطة ب فأوجد مساحة ٥أ و أب حيث و نقطة الأصل

١٥ مثل بيانياً س - ص = ٢

١٦ مثل بيانياً ص = ٣ (مستقيم // محور السينات)

١٧ مثل بيانياً س = ٣ (مستقيم // محور الصادات)

ميل الخط المستقيم

اذا كان $أ(س_١، ص_١)$ ، $ب(س_٢، ص_٢)$ نقطتان على مستقيم فإن ميل المستقيم $= \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{\text{فرق صه}}{\text{فرق سه}}$ $س_٢ > س_١$

◆ اوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين $(-٢، ٧)$ ، $(٥، -١)$

الحل الميل $= \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{-١ - (٧)}{٥ - (-٢)} = \frac{-٨}{٧}$

◆ اوجد الميل فى الحالات الاتية :

$(٣، ٥)$ ، $(٧، ٩)$	$(٣، ٧)$ ، $(٥، ٧)$	$(٦، ٣)$ ، $(٦، ١)$
الميل =	الميل =	الميل =

ملحوظات :

١ اذا كان الميل موجب فإن شكل المستقيم ↗ يمين

٢ اذا كان الميل سالب فإن شكل المستقيم ↖ شمال

٣ اذا كان الميل صفر فإن المستقيم يوازى محور السينات (أفقى)

٤ اذا كان الميل غير معرف فإن المستقيم يوازى محور الصادات (رأسى)

هامة : لاثبات أن النقط أ ، ب ، حـ تقع على إستقامة واحدة يجب إثبات أن

ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{بحـ}$ مشتركة فى نقطة ب

مثال: اثبت ان النقط أ (٢،٣) ، ب (٤،٢)
حـ (٨،٠) تقع على إستقامة واحدة

الحل

$$\text{ميل } \overleftrightarrow{أب} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٢-٣}{٤-٢} = \frac{-١}{٢}$$

$$\text{ميل } \overleftrightarrow{بحـ} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٠-٢}{٨-٤} = \frac{-١}{٢}$$

ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{بحـ}$ مشتركة في نقطة ب
∴ أ ، ب ، حـ تقع على استقامة واحدة

مثال: اذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٣،١) ، (س ، ٠) ميله $\frac{٣}{٢}$ فأوجد قيمة س

الحل

الميل $= \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ ∴ $\frac{٣}{٢} = \frac{٣-٠}{س-١}$

∴ ٣س - ٣ = ٦-

٣س = ٣- ∴ س = ١-

مثال: اذا كان المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ // محور السينات حيث أ(٤،٢)، ب(٣،ك) فأوجد قيمة ك

الحل

∵ المستقيم // س ⟸ فإن الميل = صفر

$$\text{الميل} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

$$\frac{\text{صفر}}{١} = \frac{ك - ٤}{٣ - ٣} \quad \therefore ك = ٤$$

مثال: اوجد قيمة ك بحيث يكون المستقيم المار بالنقطتين (٢٢، ٣)، (٦، ٧) موازيًا محور الصادات

الحل (غير معرف)

∵ المستقيم // صـ ⟸ فإن الميل = $\frac{١}{\text{صفر}}$

$$\text{الميل} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

$$\frac{١}{\text{صفر}} = \frac{٧ - ٣}{٦ - ٢٢} \quad \therefore ٢٢ = ٣$$

الواجب

أكمل

(١) أى مستقيم يوازى محور السينات فإن ميله = ...

(٢) أى مستقيم يوازى محور الصادات فإن ميله = ...

(٣) اذا كان أ(٥، -٣) ، ب(٣، ٧) فإن ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ...

(٤) اذا كان أ(٣، -١) ، ب(٣، ٧) فإن ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ...

(٥) اذا كان أ، ب، جـ على إستقامة واحدة فإن ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل ...

(٦) اذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (١، ٢) ، (س، ٣) يساوى $\frac{١}{٢}$ فإن س = ...

(٧) المستقيم المار بالنقطتين (٤، ٥) ، (٣، ٥) يوازى محور ...

(٨) ميل المستقيم ↗ تكون إشارته ...

(٩) ميل المستقيم المار بالنقطتين (-٣، ٢) ، (٥، -٣) = ...

(١٠) ميل المستقيم ↘ تكون إشارته ...

(١١) اثبت ان النقط أ(٢، -٢) ، ب(٣، -١) ، جـ (٤، -٠) تقع على إستقامة واحدة

(١٢) اذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (٣، أ) ، (أ٢، ٤) = ٦ فأوجد قيمة أ

(١٣) اذا كان أ(٢، -١) ، ب(٣، ٢) ، جـ (٤، ٥) فاثبت أن جـ ∈ $\overleftrightarrow{أب}$

(١٤) اذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (٥، -٣) ، (ك، ٦) يساوى ٣ فأوجد قيمة ك

(١٥) اوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (٧، -١) ، (-١، ٤)